Всероссийская олимпиада студентов по физике.

III тур Всероссийской физической олимпиады студентов технических вузов прошел 16 мая 2013 года в Московском государственном техническом университете (МГТУ) им. Н.Э. Баумана.

Победители в командном зачете: команда Санкт-Петербургского государственного политехнического университета, набравшая 98 баллов - первое место, команда Калужского филиала Московского государственного технического университета им Н.Э. Баумана, набравшая 70 баллов - второе место, команда Московского института электронной техники, набравшая 67 баллов - третье место.

Победители в личном зачете: Авдеев Иван Дмитриевич, СПб ПТУ– первое место, Шубин Николай Михайлович, МИЭТ - второе место, Буряков Михаил Александрович, СПб ПТУ - третье место.

Задачи олимпиады:

Задача 1. Автомобиль массой m начинает движение. Определить зависимость силы тяги F и силы сопротивления f от скорости, если v зависит от времени следующим образом $v = v_0\sqrt{1-e^{-\alpha t}}$, где v_0 и α- константы.

Задача 2. Горизонтальная платформа может вращаться относительно вертикальной оси. На оси симметрии платформы установлено горизонтально сопло, связанное с платформой, из которого вытекает вода со скоростью v и массовым расходом $g=dm/dt$. На краю платформы установлен вертикально экран перпендикулярно оси струи на расстоянии R. Струя взаимодействует с экраном, растекаясь строго по поверхности без трения. Платформу начали вращать с угловой скоростью ω. Определить момент силы, приложенный со стороны струи к экрану, если расстояние от сопла до точки касания струи с экраном при вращении стало равной l. Силой тяжести пренебречь.

Задача 3. Горизонтальная платформа вращается относительно вертикальной оси. По платформе от оси по спирали движется тело массы m так, что угол α между радиус-вектором и вектором скорости постоянен. Коэффициент трения между телом и платформой линейно зависит от радиуса $k=ar$. Определить зависимость скорости тела от радиуса r и величину угла между вектором скорости и вектором силы трения β.

Задача 4. Система состоит из двух однородных стержней, скрепленных у торцов (точка O) под углом α. Первый стержень имеет длину a и массу m_a, второй - b и m_b соответственно. Система совершает малые колебания относительно точки O в плоскости, проходящей через стержни. Определить период колебаний такой системы.

Задача 5. С одним киломолем газа совершается круговой процесс, состоящий из изохоры, изобары и адиабаты. Известно, что давление меняется в пределах от P_0 до $2P_0$, а минимальная температура цикла равна T. Определить максимальную температуру цикла.

Задача 6. Кольцо радиуса R заряжено симметрично относительно оси, лежащей в плоскости кольца и проходящей через его центр. Линейная плотность заряда на кольце равна $\tau=\tau_0 cos(\alpha)sin(\alpha)$, где α - угол между осью и радиус вектором, проведенным из центра кольца. Внутри кольца находится диск радиуса r, равномерно заряженный поверхностным зарядом σ, центр которого находится на оси, а плоскость перпендикулярна ей. Определить силу взаимодействия между диском и кольцом.

Задача 7. Определить силу взаимодействия между двумя длинными соленоидами, находящимися на одной оси, лежащие торцами на одной плоскости. Диаметры соленоидов равны r_1 и r_2, токи I_1 и I_2, плотности намотки n_1 и n_2.

Задача 8. Плоская световая волна λ с интенсивностью I_0 падает нормально на круглое отверстие, в которое вставлена тонкая рассеивающая линза с фокусным расстоянием a. Какова интенсивность света в точке наблюдения, находящегося на оси системы на расстоянии $2a$ от отверстия, если радиус отверстия равен $r = \sqrt{a\lambda}$.

Решения задач

Задача 1. $v=v_0\sqrt{1-e^{-\alpha t}}$, $\dfrac{v_0^2-v_0}{v_0^2}=e^{-\alpha t}$,

$$\frac{dv}{dt}=\frac{v_0}{2\sqrt{1-e^{-\alpha t}}}\alpha e^{-\alpha t}=\frac{v_0^2}{2v}\alpha\frac{v_0^2-v^2}{v_0^2}=\frac{\alpha}{2}\left(\frac{v_0^2}{v}-v\right)=\frac{F+f}{m}$$. Откуда $F=\dfrac{m\alpha v_0^2}{2v}$, $f=\dfrac{m\alpha v}{2}$.

Силы получены с точностью до некоторых функций скорости.

Ответ: $F=\dfrac{m\alpha v_0^2}{2v}$, $f=\dfrac{m\alpha v}{2}$.

Задача 2. Время, за которое вода преодолевает расстояние l равно $\tau=l/v$. За это время платформа повернется на угол $\alpha=\omega\tau=\omega l/v$. Сила давления жидкости равно массовому расходу на нормальную составляющую относительной скорости $F=g(v\cos(\alpha)-\omega l\sin(\alpha))$, момент $M=Rtg(\alpha)g(v\cos(\alpha)-\omega l\sin(\alpha))=gvRtg(\alpha)(\cos(\alpha)-\alpha\sin(\alpha))=gvR\sin(\alpha)(1-\alpha tg(\alpha))$.

Ответ: $M=gvR\sin(\alpha)(1-\alpha tg(\alpha))$.

Задача 3. Запишем уравнение движения тела под действием силы трения $F=kmg=armg$ Учитывая, что $l=r/\cos\alpha$

$$m\frac{dv}{dt}=F\cos(\beta)=armg\cos(\beta)=mv\cos(\alpha)\frac{dv}{dr}$$, откуда $v=r\sqrt{\dfrac{ag\cos(\beta)}{\cos(\alpha)}}$.

Следовательно, угловая скорость ω радиус-вектора r остается постоянной, постоянной и равной ω должна оставаться угловая скорость вектора скорости v. ($\omega=v\sin(\alpha)/r$)

Откуда $F\sin(\beta)=m\omega v=armg\sin(\beta)=mv^2\dfrac{\sin(\alpha)}{r}=mr^2ag\dfrac{\cos(\beta)}{\cos(\alpha)}\dfrac{\sin(\alpha)}{r}$. Далее

$\dfrac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}=\dfrac{\sin(\beta)}{\cos(\beta)}$, $\alpha=\beta$, поэтому $v=r\sqrt{ag}$.

Ответ: $v=r\sqrt{ag}$.

Задача 4. Момент инерции $I=(m_aa^2+m_bb^2)/3$. Центр масс системы определяется вектором $\vec{l}$.

$$\vec{l}=\frac{\sum_i m_i\vec{r}_i}{\sum_i m_i}=\frac{1}{2}\frac{\left(m_a\vec{a}+m_b\vec{b}\right)}{\left(m_a+m_b\right)},\qquad \vec{l}^{\,2}=l^2=\frac{1}{4\left(m_a+m_b\right)^2}\left(m_a^2a^2+m_b^2b^2+2m_am_bab\cos(\alpha)\right).$$

$$T=2\pi\sqrt{\frac{I}{\left(m_a+m_b\right)gl}}=2\pi\sqrt{\frac{2\left(m_aa^2+m_bb^2\right)}{3g\sqrt{m_a^2a^2+m_b^2b^2+2m_am_bab\cos(\alpha)}}}.$$

Ответ: $T=2\pi\sqrt{\dfrac{2\left(m_aa^2+m_bb^2\right)}{3g\sqrt{m_a^2a^2+m_b^2b^2+2m_am_bab\cos(\alpha)}}}$.

Задача 5. Пусть минимальный объем равен V_0, максимальный V. Рассмотрим два варианта: 1) $p_0V_0=RT$, $2p_0V_0=RT_x$, $T_x=2T$; 2) $p_0V=RT$, $2p_0V=RT_x$, $T_x=2T$.

Ответ: $T_x=2T$.

Задача 6. В силу цилиндрической симметрии диска относительно оси, распределим заряд на кольце путем вращения его вокруг оси по поверхности сферы радиуса R. Тогда поверхностная плотность заряда равна: $\sigma=\dfrac{\tau}{\pi R\sin(\alpha)}=\dfrac{\tau_0\cos(\alpha)\sin(\alpha)}{\pi R\sin(\alpha)}=\sigma_0\cos(\alpha)$, это распределение известно, оно создает однородное поле $E = \frac{\sigma_0}{3\varepsilon_0} = \frac{\tau_0}{3\pi R\varepsilon_0}$, отсюда сила $F = qE = \frac{\tau_0 \sigma r^2}{3R\varepsilon_0}$.

Ответ: $F = \frac{\tau_0 \sigma r^2}{3R\varepsilon_0}$.

Задача 7. Осевая составляющая поля первого соленоида равна $B_1 = \frac{\mu_0 n_1 I_1}{2}$, поток втекающий через торец второго соленоида равен $\Phi_1 = \frac{\mu_0 n_1 I_1}{2}\pi r_2$. Этот поток вытекает через цилиндрическую поверхность второго соленоида. Вырежем кольцо толщиной dx из второго соленоида, на него действует сила ампера dF со стороны радиальной составляющей поля B_r первого соленоида.

$$F = \int dF = \int n_2 I_2 dx 2\pi r_2 B_r = n_2 I_2 \int 2\pi r_2 B_r dx = n_2 I_2 \Phi = \frac{\mu_0 n_1 n_2 I_1 I_2}{2}\pi r_2.$$

Ответ: $F = \frac{\mu_0 n_1 n_2 I_1 I_2}{2}\pi r_2$.

Задача 8. Плоскую волну, при наличии рассеивающей линзы, можно заменить сферической волной от точечного источника, находящегося на расстоянии a от отверстия. При отсутствии отверстия интенсивность в точке наблюдения равна $I_0/9$. Радиус зон Френеля равен $r = \sqrt{m\lambda \frac{2a}{2a+a}} = \sqrt{m\lambda \frac{2a}{3a}}$, $m = \frac{3r^2}{2a\lambda} = \frac{3}{2}$. Интенсивность увеличится вдвое $I = 2I_0/9$.

Ответ: $I = 2I_0/9$.