Лекции 9 - 10. Квантовая теория атома.

Ядерная модель атома. Постулаты Н. Бора. Стационарное уравнение Шредингера для атома водорода. Волновые функции и квантовые числа. Спектр атома водорода. Правила отбора для квантовых чисел. Ширина спектральных линий.

Модель атома Томсона.

Джозеф Джон Томсон, открывший в 1897 г. электрон, предложил рассматривать атом как положительный однородно заряженный шар, внутри которого движутся отрицательно заряженные электроны.

Найдём собственную частоту колебаний одиночного электрона в такой модели атома. Уравнение движения электрона $m\vec{a} = -e\vec{E}$. Напряжённость электрического поля можно найти по теореме Гаусса

$$\oiint_S \left(\vec{E}, d\vec{S}\right) = \frac{1}{\varepsilon_0}\iiint_V \rho dV .$$

Считая, что электрический заряд равномерно распределён по объёму, можно найти плотность заряда $\rho = \frac{q}{V} = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$. Выбирая в качестве поверхности *S* концентрическую сферу радиуса *r*<*R*, получаем

$$E 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3}\frac{4}{3}\pi r^3 .$$

Откуда $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^3} r$, поэтому уравнение движения примет вид $ma = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qe}{R^3} r$. Циклическая частота колебаний равна $\omega = \sqrt{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qe}{mR^3}}$. Указанная величина по порядку совпадает с частотами излучения атомов.

Модель атома Резерфорда.

В 1911 г. Эрнест Резерфорд провел опыты по рассеянию α-частиц (ядер атомов гелия) на атомах золота. Результаты распределения частиц по углам рассеяния показали, что положительно заряженная область занимает небольшую часть объема атома. На основании чего Резерфорд предложил планетарную модель атома, в которой атом состоит из положительно заряженного тяжёлого ядра, размер которого много меньше размера атома. Вокруг тяжёлого ядра вращаются лёгкие отрицательно заряженные электроны, подобно планетам солнечной системы. Поэтому такую модель называют *планетарной* моделью атома.

Эта модель не может существовать с точки зрения классической электродинамики. При вращательном движении электрон движется с (центростремительным) ускорением, поэтому атом должен непрерывно излучать энергию, что должно привести к потере энергии атомом. Т.е. с классической точки зрения атом является нестабильной системой, т.к. после исчерпания энергии электрон должен упасть на ядро.

Теория Бора

Попытку снять это противоречие предпринял Нильс Бор в 1913 г. Для этого он предположил, что существуют состояния атома, в которых электрон движется по определённым орбитам, не излучая электромагнитные волны. Такие состояния он назвал *стационарными*. При переходе из одного стационарного состояния в другое атом излучает или поглощает квант энергии

$$\hbar\omega = E_k - E_n .$$

Эти предположения получили название *постулаты Бора*.

В теории Бора возможны только такие орбиты, для которых момент импульса электрона кратен постоянной $\hbar$: $L = n\cdot\hbar$.

Учитывая, что в этой модели орбиты являются круговыми, поэтому для момента импульса электрона можно записать выражение $L = p\cdot R$, получаем, что условие $p\cdot R = n\cdot\hbar$ эквивалентно $p\cdot 2\pi\cdot R = n\cdot 2\pi\cdot\hbar$, т.е. $\lambda_B = \frac{h}{p} = \frac{2\pi R}{n}$ - на орбите укладывается целое число длин волн де Бройля для электрона.

Спектр излучения атома водорода к тому времени уже был достаточно хорошо изучен. Для циклической частоты излучения опытные данные давали (обобщенную) формулу Бальмера

$$\omega = R\cdot\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{k^2}\right)$$

Где R – постоянная Ридберга, n, k – натуральные числа, $k > n$.

К достоинствам модели атома Бора можно отнести тот факт, что эта модель позволила объяснить, в частности, эту формулу.

Рассмотрим модель атома, в котором лёгкий электрон движется по круговой орбите вокруг тяжёлого положительно заряженного ядра (Z – зарядовое число)

$$\begin{cases} ma_n = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Ze^2}{R^2} \\ mvR = n\hbar \end{cases} \text{ или } \begin{cases} m\dfrac{v^2}{R} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Ze^2}{R^2} \\ mvR = n\hbar \end{cases}, \quad \begin{cases} mv^2R = \dfrac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0} \\ mvR = n\hbar \end{cases}.$$

Откуда для скорости получаем $v = \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 n\hbar}$, и радиус орбиты

$$R = \frac{n\hbar}{mv} = \frac{4\pi\varepsilon_0 (n\hbar)^2}{mZe^2}.$$

Полная механическая энергия системы равна сумме кинетической и потенциальной

$$E = \frac{mv^2}{2} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{R}.$$

Т.к. из уравнения движения следует, что $mv^2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{R}$, то

$$E = -\frac{1}{2}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{R} = -\frac{1}{2}\frac{mZ^2e^4}{(4\pi\varepsilon_0)^2(n\hbar)^2}.$$

Следовательно, энергия электрона определяется выражением

$$E_n = -\frac{mZ^2e^4}{2(4\pi\varepsilon_0)^2\hbar^2}\cdot\frac{1}{n^2}$$

Число n определяет значение энергии и называется *главным квантовым числом*.

Для атома водорода Z=1, поэтому $E_n = -\frac{me^4}{2(4\pi\varepsilon_0)^2\hbar^2}\cdot\frac{1}{n^2} \approx -21{,}7\cdot\frac{1}{n^2}\cdot 10^{-19}$ Дж или $E_n \approx -13{,}6\cdot\frac{1}{n^2}$ эВ. Следовательно, для отрыва электрона от атома (ионизации атома) водорода необходима энергия $E_i \approx 13{,}6$ эВ.

Первый *Боровский* радиус

$$R_1 = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{me^2} \approx 0{,}53\cdot 10^{-10} \text{ м}$$

– радиус самой «низкой» орбиты электрона по порядку совпадает со средним размером атома, полученным экспериментально. Первый Боровский радиус соответствует невозбуждённому (основному) состоянию атома.
Состояниям с большей энергией соответствуют большие радиусы орбиты.

Для перехода из одного стационарного состояния в другое энергия кванта излучения

$$\hbar\omega = E_k - E_n = \frac{me^4}{2\left(4\pi\varepsilon_0\right)^2 \hbar^2}\cdot\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{k^2}\right).$$

Для круговой частоты получаем обобщённую формулу Бальмера $\omega = R\cdot\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{k^2}\right)$,

где постоянная Ридберга $R = \frac{me^4}{2\left(4\pi\varepsilon_0\right)^2 \hbar^3}$. Стоит отметить, что её значение хорошо согласуется с экспериментальным значением $R \approx 2{,}06\cdot 10^{16}$ с$^{-1}$.

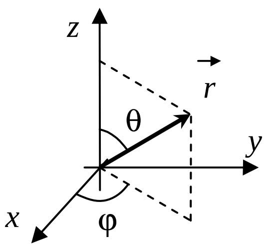
Замечание. При излучении или поглощении кванта меняется энергия атома, следовательно, меняется главное квантовое число *n*. При изменении главного квантового числа меняется момент импульса атома, следовательно, в соответствии с законом сохранения момента импульса фотон должен иметь момент импульса целочисленно кратный постоянной $\hbar$.

Теория Бора, несмотря на успехи в моделировании атома водорода, не помогла построить модель многоэлектронных атомов. Кроме того, она не давала объяснения и другим явлениям, например, тонкой структуре энергетических уровней.

Однако теория Бора уже не была классической теорией строения атома. Одним из важнейших результатов этой теории является демонстрация того факта, что для объяснения явлений микромира необходимы подходы, отличные от подходов классической физики.

Стационарное уравнение Шредингера для атома водорода.

Рассмотрим квантовую систему , состоящую из неподвижного ядра с зарядом *Ze* (*Z* – целое число) и электрона. Такая система при Z>1 описывает водородоподобный ион, а при Z=1 – атом водорода. Считая энергию системы постоянной, запишем уравнение Шрёдингера для стационарного состояния



$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}\left(E + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r}\right)\psi = 0.$$

Запишем это уравнение в сферической системе координат,
$x = r\,sin\,\theta\, cos\,\varphi$, $y = r\,sin\,\theta\, sin\,\varphi$, $z = r\,cos\,\theta$.

Так как оператор Лапласа в этой системе принимает вид

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2} + \frac{1}{r^2 sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2} + \frac{cos\,\theta}{r^2 sin\,\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}$$

то получаем

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\theta^2} + \frac{1}{r^2 sin^2\theta}\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2} + \frac{cos\,\theta}{r^2 sin\,\theta}\frac{\partial\psi}{\partial\theta} + \frac{2m}{\hbar^2}\left(E + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r}\right)\psi = 0$$

Перепишем уравнение в виде

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r} + \frac{2m}{\hbar^2}\left(E + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r}\right)\psi = -\frac{1}{r^2}\left[\frac{\partial^2\psi}{\partial\theta^2} + \frac{1}{sin^2\theta}\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2} + \frac{cos\,\theta}{sin\,\theta}\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right]$$

Для дальнейшего удобно ввести обозначение

$$\Delta_{\theta,\varphi}\left(\psi\right) = \frac{\partial^2\psi}{\partial\theta^2} + \frac{1}{sin^2\theta}\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2} + \frac{cos\,\theta}{sin\,\theta}\frac{\partial\psi}{\partial\theta}.$$

Для поиска собственных функций этого оператора необходимо решить уравнение

$$\Delta_{\theta,\varphi}\left(\psi\right) = \lambda\psi$$

Исследование этого уравнения показывает, что оно обладает непрерывным решением, если собственное имеет специальный вид число $\lambda = -l\cdot(l+1)$, где l - целое неотрицательное число $l = 0,1,2,...$.

Введём оператор квадрата момента импульса $\hat{L}^2 = \hat{L}_x^2 + \hat{L}_y^2 + \hat{L}_z^2$.
В сферической системе координат этот оператор принимает вид

$$\hat{L}^2(\Psi) = -\hbar^2\left\{\frac{\partial^2\Psi}{\partial\theta^2} + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2\Psi}{\partial\varphi^2} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}\frac{\partial\Psi}{\partial\theta}\right\} \text{ или } \hat{L}^2(\Psi) = -\hbar^2\cdot\Delta_{\theta,\varphi}(\Psi).$$

Поиск собственных значений этого оператора $\hat{L}^2(\Psi) = L^2\cdot\Psi$ приводит к уже известному уравнению $\Delta_{\theta,\varphi}(\Psi) + \frac{L^2}{\hbar^2}\Psi = 0$, откуда следует равенство $\lambda = -\frac{L^2}{\hbar^2}$ или $\frac{L^2}{\hbar^2} = l\cdot(l+1)$ для неотрицательных целых чисел *l*. Поэтому величина момента импульса для электрона в атоме принимает значения

$$L = \hbar\sqrt{l\cdot(l+1)}.$$

Т.к. проекция вектора на ось Z не может быть больше длины вектора, то из соотношения $|L_z| \le L$ и равенств $L_z = m\hbar$, $L = \hbar\sqrt{l\cdot(l+1)}$ получаем $|m\hbar| \le \hbar\sqrt{l\cdot(l+1)}$ или $m^2 \le l\cdot(l+1)$. С учётом того, что числа *m* и *l* - целые это соотношение эквивалентно тому, что значения *m* находятся в диапазоне $m = -l,...,0,...,l$.

Исходное уравнение Шредингера $\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}\left(E + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r}\right)\psi = 0$, в сферической системе координат

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r} + \frac{2m}{\hbar^2}\left(E + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r}\right)\psi = -\frac{1}{r^2}\Delta_{\theta,\varphi}(\psi)$$

с учётом выражения для квадрата момента импульса $\hat{L}^2(\Psi) = -\hbar^2\cdot\Delta_{\theta,\varphi}(\Psi)$ может быть записано в форме, учитывающей квадрат момента импульса

$$\hbar^2 r^2\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r} + \frac{2m}{\hbar^2}\left(E + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r}\right)\psi\right) = \hat{L}^2(\psi).$$

Следовательно, решение этого уравнения должно зависеть от величины момента импульса.

Это уравнение имеет непрерывные решения при любых положительных значениях энергии $E > 0$. Этому случаю соответствуют решения описывающие электрон, пролетающий мимо ядра.

Для отрицательных значений энергии $E < 0$ непрерывные решения существуют при

$$E_n = -\frac{mZ^2e^4}{2(4\pi\varepsilon_0)^2\hbar^2}\cdot\frac{1}{n^2}$$

где $n = 1,2,3,...$. В этом случае электрон связан с ядром. При этом число *l* меняется в диапазоне $l = 0,1,...,(n-1)$

Замечание. Выражение для энергии совпадает с выражением, полученным в теории ядра Бора.

В итоге, можно сказать, что решение уравнения для электрона в водородоподобном атоме определяется тремя целыми числами *n* , *l*, *m*, что условно обозначают следующим образом $\psi = \psi_{n,l,m}(r,\theta,\varphi)$.

Число *n* определяет значение электрона в атоме и называется *главным квантовым числом*.
Число *l* определяет величину момента импульса электрона, поэтому его называют *орбитальным (азимутальным) квантовым числом*. Оно принимает значения из диапазона $l = 0,1,...,(n-1)$.

Число *m* называется *магнитным квантовым числом*. Оно определяет проекцию момента импульса на ось вращения. Принимает значения из диапазона $m = -l,...,0,...,l$.

Следовательно, одному значению энергии, задаваемому главным квантовым числом *n* может соответствовать несколько разных функций $\psi_{n,l,m}$.

Для заданного значения l число возможных значений *m* равно $2l+1$. Но для заданного числа *n* число возможных значений *l* равно *n*. Поэтому общее количество наборов троек чисел (n,l,m) равно $\sum_{l=0}^{n-1}(2l+1) = n^2$. Т.е. кратность вырождения уровня энергии для главного квантового числа *n* равна n^2.

n	1	2	3
$\psi_{n,l,m}$	$\psi_{1,0,0}$	$\psi_{2,0,0}$, $\psi_{2,1,-1}$, $\psi_{2,1,0}$, $\psi_{2,1,1}$	$\psi_{3,0,0}$, $\psi_{3,1,-1}$, $\psi_{3,1,0}$, $\psi_{3,1,1}$, $\psi_{3,2,-2}$, $\psi_{3,2,-1}$, $\psi_{3,2,0}$, $\psi_{3,2,1}$, $\psi_{3,2,2}$
Кратность вырождения	1	4	9

Для обозначения квантовых состояний вводятся спектроскопические символы.

Значение числа *l*	0	1	2	3	4	5
Обозначение состояния	*s*	*p*	*d*	*f*	*g*	*h*

Например, электрон, находящийся в состоянии с $l = 0$, называют *s*-электрон, а само состояние – *s*-состоянием.

Значение главного квантового числа указывают перед спектроскопическим символом. Например, символ 3*p* обозначает состояние, в котором *n*=3, *l*=1. Символ 2*s* обозначает состояние, в котором, *n*=2, *l*=0, и т.д.

В теории Бора изменение состояния электрона соответствует его переходу с одной орбиты на другую. В квантовой механике изменение состояния атома не связано с пространственным перемещением электрона, т.к. понятие орбиты движения электрона становится неприменимым. Например, *s*-состояние электрона в классической механике является невозможным, ибо в этом случае орбитальный момент импульса электрона равен нулю – т.е. электрон при своём движении с классической точки зрения проходит через ядро.

Правило отбора.

Испускание и поглощение света происходит при переходе атомов из одного состояния в другое. При этом осуществляются такие переходы, у которых изменение главного квантового числа может быть любым, но орбитальное квантовое число меняется только на единицу $\Delta l = \pm 1$. Это, например, переходы $1s \mapsto np$ или $np \mapsto 1s$. Это вызвано тем, что фотон обладает собственным моментом импульса, почти равным $\hbar$.

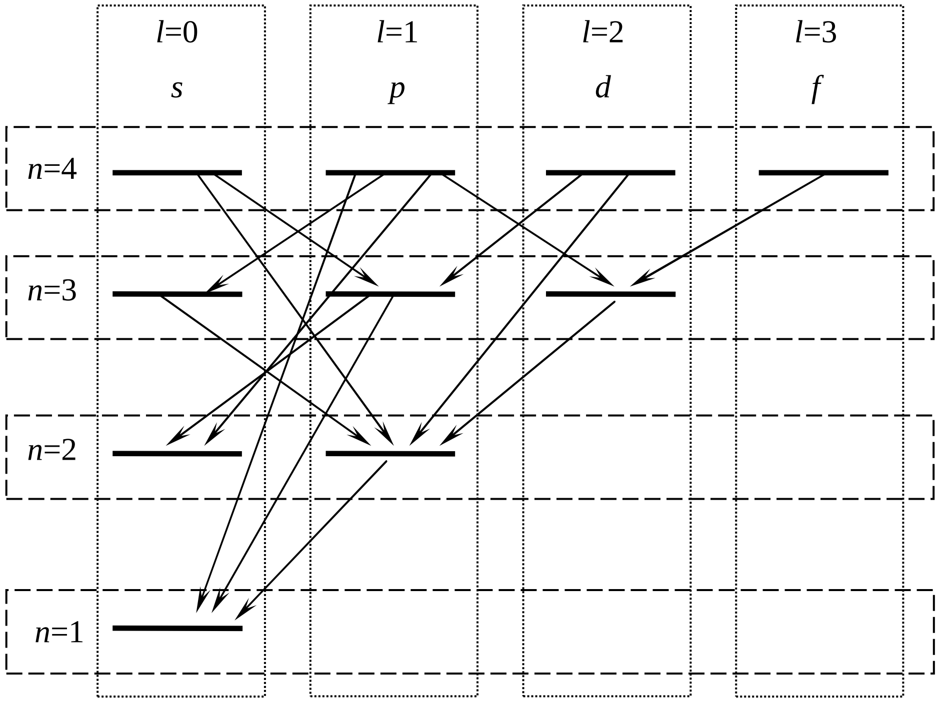
Магнитное квантовое число при таких переходах меняется, не больше, чем на единицу $\Delta m = 0, \pm 1$.

Переходы, которые удовлетворяют правилам отбора, называются разрешенными, вероятность остальных переходов значительно меньше, они трудны для наблюдения и считаются запрещенными.

Состояние 1*s* – основное. В этом состоянии атом имеет минимальную энергию. Чтобы перевести атом в одно из возбужденных состояний, ему надо сообщить энергию. Это можно осуществить за счет теплового удара (соударения с другим атомом в нагретом газе), за счет электронного удара (например, в электрическом разряде) или за счет поглощения атомом фотона. Характерное время жизни атома в возбужденном состоянии составляет 10^{-8} с. Затем происходит спонтанный переход в состояние с меньшей энергией. Этот переход атома будет сопровождаться излучением кванта с энергией

$$h\nu = E_{НАЧ} - E_{КОН},$$

где $E_{НАЧ}$ и $E_{КОН}$ - энергии соответствующих состояний.
Примеры возможных переходов для атома водорода показаны стрелками на схеме уровней.



Переходы, приводящие к появлению серии Лаймана, можно записать в виде $np \mapsto 1s$ (n = 2, 3, ...).
Серия Бальмера – это переходы на уровень n=2 : $np \mapsto 2s$, $ns \mapsto 2p$, $nd \mapsto 2p$, (n = 3, 4, ...).
Серия Пашена (серия Ритца-Пашена) – это переходы на уровень n=3 и т.д.

В атоме водорода есть состояние, переход из которого запрещен правилами отбора. На схеме уровней видно, что это 2*s* - состояние. Атом в таком состоянии называют *метастабильным*. Время жизни может быть очень продолжительным. Возбужденный атом водорода в метастабильном состоянии 2*s* существует ~2 мс. Благодаря значительному времени жизни метастабильные атомы могут накапливаться до относительно высоких концентраций 10^{12} - 10^{14} см$^{-3}$, оставаясь возбужденными. Снятие возбуждений в таких системах происходит вследствие межатомных столкновений и может затягиваться на макроскопические времена.

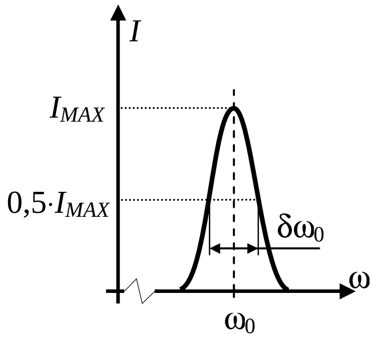
Модель водородоподобного атома удовлетворительно описывает атомы, находящиеся на высоких уровнях энергии возбуждения.

Высоковозбужденные атомы, (когда $n >> 1$), называют ридберговскими. Для атомов *всех* элементов высоковозбужденные состояния водородоподобны. Причина в том, что при $n >> 1$ внешний электрон почти все время удален от иона на очень большие расстояния. Тем самым он движется в поле положительно заряженного атомного остатка (как в водородном атоме вокруг ядра). Отклонения от этой модели заметны только на близких расстояниях от центра. Главная особенность ридберговских состояний – универсальный для всех атомов характер, т.е. все подобные атомы по свойствам схожи. Время жизни этих состояний растет пропорционально $n^{9/2}$ и может достигать миллисекундных значений и более в зависимости от того, насколько велико главное квантовое число n.

Оказывается, что газ возбужденных атомов конденсируется, т.к. конденсированное возбужденное состояние энергетически более выгодно по сравнению с газовым (как в металле, электрон не принадлежит отдельному атому).

Ширина спектральных линий

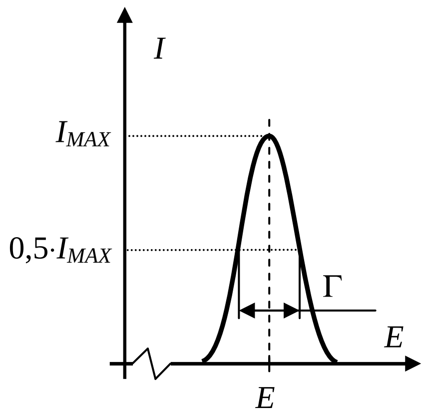
Ширина спектральной линии $\delta\omega$ - мера немонохроматичности спектральной линии. Её определяют как расстояние между точками контура спектральной линии, в которых интенсивность равна половине её максимального значения. В научной литературе вместо термина «Ширина спектральной линии» иногда используют английскую аббревиатуру FWHM - *Full Width at Half Maximum* (Полная ширина на половине максимума).



Из возбужденного состояния атом может перейти спонтанно (самопроизвольно) в более низкое энергетическое состояние. Время, за которое число атомов, находящихся в данном возбужденном состоянии, уменьшается в *e* раз, называется временем жизни возбужденного состояния τ. Время жизни возбужденных состояний атомов имеет порядок 10^{-8} – 10^{-9} *сек*. Время жизни метастабильных состояний может достигать десятых долей секунды.

Возможность спонтанных переходов указывает на то, что возбужденные состояния *нельзя* рассматривать как строго стационарные. В соответствии с этим значение энергии возбужденного состояния не является точно определенной величиной и возбужденный энергетический уровень имеет конечную ширину, поэтому кванты излучения

$$h\nu = E_2 - E_1$$



не строго монохроматичны, а соответствующая частота перехода с одного энергетического уровня на другой имеет разброс около некоторого значения. Величину этого разброса и характеризуют «ширина спектральной линии».

Из соотношений неопределённости для времени и энергии $\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$ следует, что ширина уровня обратно пропорциональна времени жизни τ возбужденного состояния. *Естественную ширину* возбуждённого уровня энергии Γ определяют аналогично - как полную ширину разброса энергии на половине максимума интенсивности излучения, соответствующую переходу с данного уровня энергии. В этом случае $\Gamma = \hbar \cdot \delta\omega_0$.

Принято считать, что среднее время жизни возбуждённого состояния τ и естественная ширина уровня энергии Γ связаны соотношением $\Gamma = \frac{\hbar}{\tau}$. Тогда получаем выражение для связи естественной ширины спектральной линии и среднего времени жизни данного возбуждённого состояния $\delta\omega_0 = \frac{1}{\tau}$. Принимая, что $\tau \sim 10^{-8}$ с, находим $\delta\omega_0 = 10^8$ 1/c.

Кроме естественной ширины спектральной линии немонохроматичность излучения может быть вызвана и другими причинами. Например, тепловым движением атомов. В этом случае наблюдается доплеровское уширение спектральных линий. Также в процессах испускания фотона атомы приобретает дополнительный импульс «отдачи», что тоже смещает спектральную линию.

Гиромагнитное отношение.

Гиромагнитным отношением называется отношение магнитного момента $\vec{p}_m$ к механическому моменту импульса $\vec{L}$. При классическом рассмотрении движения электрона по орбите это отношение равно $\frac{\vec{p}}{\vec{L}} = -\frac{e}{2m_e}$ (*e* – элементарный заряд, m_e – масса электрона.) Знак минус показывает, что векторы $\vec{p}_m$ и $\vec{L}$ направлены противоположно. Из этого соотношения следует, что величина магнитного момента, связанного с орбитальным движением электрона равна

$p_m = \frac{e}{2m_e}\hbar\sqrt{l\left(l+1\right)}$, а проекция магнитного момента электрона на какое-то направление определяется магнитным квантовым числом *m*: $p_{m\_z} = -\frac{e}{2m_e}\cdot L_z = -\frac{e\hbar}{2m_e}m$.

Магнетоном Бора называется величина $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} \approx 0{,}927\cdot 10^{-23}$ Дж/Тл.

С учётом этого определения получаем $p_m = \mu_B\sqrt{l\left(l+1\right)}$, $p_{m\_z} = -\mu_B m$.