



**Международная научная конференция  
ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ И ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ  
МЕХАНИКИ,**

**ПОСВЯЩЕННАЯ 170-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ  
ВЕЛИКОГО РУССКОГО УЧЕНОГО  
НИКОЛАЯ ЕГОРОВИЧА ЖУКОВСКОГО**

**Москва, 24–27 октября 2017 года**

## **Тезисы докладов**



**International scientific conference  
FUNDAMENTAL AND APPLIED  
PROBLEMS OF MECHANICS**

**(FAPM- 2017)**

**Moscow, October 24th–27th, 2017**

## **Abstracts**

**Москва**

**2017**

**Международная научная конференция  
ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ И ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ  
МЕХАНИКИ,**

**ПОСВЯЩЕННАЯ 170-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ  
ВЕЛИКОГО РУССКОГО УЧЕНОГО  
НИКОЛАЯ ЕГОРОВИЧА ЖУКОВСКОГО**

**Москва, 24–27 октября 2017 года**

## **Тезисы докладов**

**International scientific conference  
FUNDAMENTAL AND APPLIED  
PROBLEMS OF MECHANICS (FAPM- 2017)**

**DEDICATED TO THE 170<sup>TH</sup> ANNIVERSARY OF  
A DISTINGUISHED RUSSIAN SCIENTIST  
NIKOLAY EGOROVICH ZHUKOVSKY**

**Moscow, October 24th–27th, 2017**

## **Abstracts**

**Москва**

**2017**

УДК 531

**ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ И ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ МЕХАНИКИ:** тезисы докладов международной научной конференции, посвященной 170-летию со дня рождения великого русского ученого Николая Егоровича Жуковского / Международная научная конференция «Фундаментальные и прикладные задачи механики», Москва, 24-27 октября 2017 г.: М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. – 222 с.

**ISBN 978-5-7038-4800-5**

В сборник вошли тезисы докладов Международной научной конференции «Фундаментальные и прикладные задачи механики», посвященной 170-летию со дня рождения великого русского ученого Николая Егоровича Жуковского. Основное содержание докладов данной конференции отражает представление новых результатов исследований по различным направлениям механики, проводимых в российских и зарубежных научных и образовательных учреждениях. В связи с юбилейной датой Н.Е. Жуковского особый акцент сделан на исследованиях, являющихся развитием и продолжением его научных и учебно-методических изысканий в современных условиях. Для специалистов в области механики.

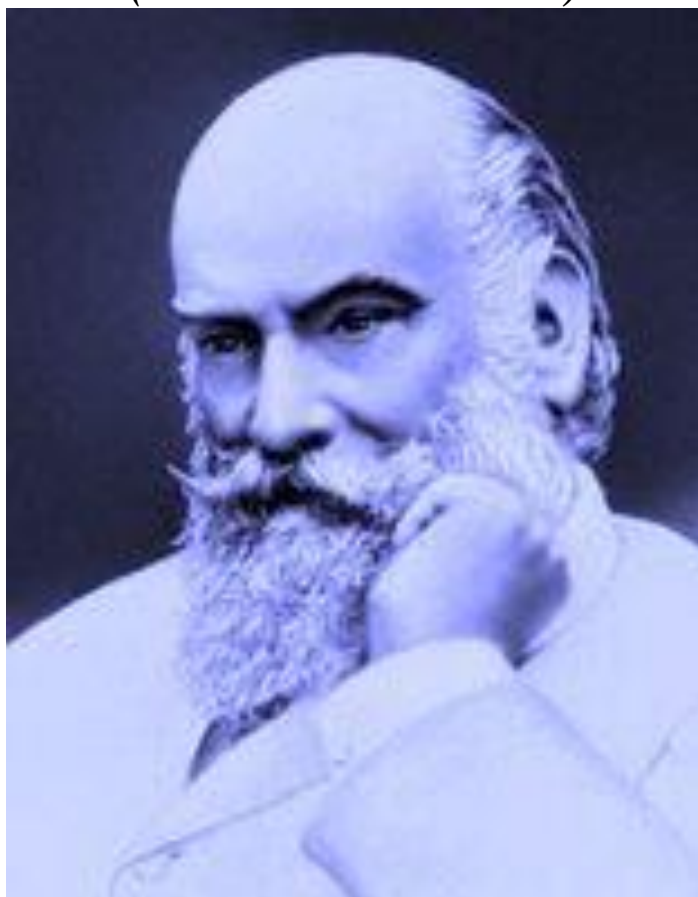
Тезисы докладов публикуются в авторской редакции.

**Конференция поддержана Российским фондом фундаментальных исследований ( РФФИ 17-08-20550)**

**ISBN 978-5-7038-4800-5**

**© МГТУ им. Н.Э. Баумана**

*17 января 2017 года  
исполнилось 170 лет со дня рождения  
великого русского ученого, основоположника прикладной аэро-  
гидродинамики, «отца русской авиации», создателя ЦАГИ,  
основателя кафедры «Теоретическая механика», профессора  
Императорского Московского Технического Училища  
и Московского Университета  
НИКОЛАЯ ЕГОРОВИЧА ЖУКОВСКОГО  
( 17.01.1847-17.03.1921 )*



*January 17, 2017  
marks the 170th anniversary on the birth  
of the great Russian scientist, the founder of applied aero-  
hydrodynamics, the "father of Russian aviation", the founder of the  
Central Aerohydrodynamic Institute (Russia),  
the founder of the department "Theoretical mechanics", the professor  
of the Imperial Moscow Technical School  
and Moscow University  
NIKOLAY EGOROVICH ZHUKOVSKY*

# СОДЕРЖАНИЕ

Основные сведения о конференции.....	6
Пленарные доклады.....	10
<b>Секция 1</b>	
Теоретическая механика.....	15
1.1 Аналитическая механика. Прикладные задачи.....	15
1.2 Научно-методические вопросы в преподавании механики.....	31
1.3 История механики.....	50
<b>Секция 2</b>	
Механика жидкости и газа.....	55
2.1 Аэромеханика.....	57
2.2 Гидромеханика.....	71
<b>Секция 3</b>	
Математическое моделирование механических систем. Устойчивость. Управление движением.....	80
<b>Секция 4</b>	
Небесная механика.....	100
<b>Секция 5</b>	
Баллистика. Механика космического полета.....	109
<b>Секция 6</b>	
Прикладная механика. Теория колебаний	
6.1 Прикладная механика.....	114
6.2 Теория колебаний.....	128
6.3 Теория механизмов и машин.....	137

## **Секция 7**

Проблемы оптимизации и диагностирования  
механических и гидромеханических систем.....146

## **Секция 8**

Вычислительная механика.....157

## **Секция 9**

Актуальные вопросы естественных наук.....164

9.1 Динамические процессы в технике.....164

9.2 Прикладная математика и механика.....175

9.3 Техническая физика.....183

## **Секция 10**

Интеллектуальные технологии в управлении  
механическими и биотехнологическими процессами..190

**Общие вопросы механики.....199**

## Организаторы конференции

- Министерство образования и науки РФ
- Российский национальный комитет по теоретической и прикладной механике
- Московский государственный технический университет имени Н.Э.Баумана
- Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
- Институт проблем механики имени А.Ю. Ишлинского РАН
- Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е. Жуковского
- Научно-методический совет по теоретической механике при Минобрнауки РФ

## Международный Организационный комитет FARM-2017

- Проф. А.А. Александров (председатель), МГТУ им. Н.Э.Баумана, Москва, Россия
- Проф. П.М. Шкапов (со-председатель), МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
- Astronom C. Bizouard (Co-Chairman), Observatoire de Paris, France
- Проф. В.О. Гладышев, МГТУ им. Н.Э.Баумана, Москва, Россия
- Prof. K. Matsumoto, RISE Project, National Astronomical Observatory of Japan, Japan
- Д.т.н., проф. В.С. Асланов, Самарский университет, Самара, Россия
- Д.ф.-м.н. проф. Б.С. Бардин, МАИ (НИУ), Москва, Россия
- Проф. В.Д. Бертяев, ТулГУ, Тула, Россия
- Проф. С.А. Берестова, УФУ, Екатеринбург, Россия
- Проф. И.Г. Благовещенский, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
- Проф. Ю.И. Димитриенко, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
- Проф. В.В. Ивашкин, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия
- Проф. В.Т. Калугин, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
- Проф. В.А. Калиниченко ИПМех им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия
- Проф. Г.Н. Кувыркин, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
- Д.ф.-м.н. М.Х. Магомедов, ООО НПФ «Сауно», Махачкала, Россия
- Проф. В.И. Майорова, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
- Проф. А.Н. Морозов, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
- Проф. М.Ю. Овчинников, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия
- Проф. С.Н. Саяпин, ИМАШ им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия

- Проф. Н.И. Сидняев, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
- Проф. В.И. Смыслов, ЦАГИ им. профессора Н.Е. Жуковского, Жуковский, Россия
- Проф. Ю.П. Улыбышев, РКК «Энергия», Королев, Россия
- Проф. В.Н. Чубариков, МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия
- Проф. А.О. Шимановский, БГУТ, Гомель, Белоруссия
- **Ученый секретарь - к.ф.-м.н. Н.Д. Тянникова**

## **Академический комитет FARM-2017**

- **Академик И.Б. Федоров (председатель), МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия**
- **Проф. В.Н. Зимин (со-председатель), МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия**
- **Проф. В.О. Гладышев (со-председатель), МГТУ им. Н.Э.Баумана, Москва, Россия**
- **Prof. H. Hanada (Co-Chairman), director of RISE Project, NAO of Japan, Japan**
- Astronom C. Bizouard, Observatoire de Paris, France
- Prof. Shuanggen Jin, Chinese Academy of Sciences, China
- Академик И.Г. Горячева, РНКТПМ, Москва, Россия
- Академик В.Ф. Журавлёв, ИПМех им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия
- Академик С.Т. Суржииков, ИПМех им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия
- Академик Д.В. Трещёв, МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия
- Академик С.Л. Чернышев, ЦАГИ им. профессора Н.Е. Жуковского, Россия
- Чл.-корр. РАН А.П. Крищенко, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
- Чл.-корр. РАН О.С. Нарайкин, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
- Чл.-корр. РАН В.А. Соловьёв, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
- Проф. М.М. Благовещенская, МГУПП, Москва, Россия
- Проф. В.С. Зарубин, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
- Проф. Т.А. Исмаилов, ДГТУ, г. Махачкала, Дагестан, Россия
- Проф. М.И. Киселев, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
- Проф. В.В. Сазонов, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия
- Проф. В.А. Самсонов, МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия
- Проф. А.М. Цирлин, ИПС им. А.К. Айламазяна РАН, Переславль-Залесский, Россия
- Проф. Ю.Д. Чашечкин, ИПМех им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия
- Проф. А.М. Черепашук, ГАИШ, Москва, Россия
- Проф. В.И. Щербаков, ВКА им. А.Ф. Можайского, С.-Петербург, Россия
- **Ученый секретарь - к.ф.-м.н. М.Ю. Баркин**



## РАСПИСАНИЕ РАБОТЫ КОНФЕРЕНЦИИ

Регистрация участников и гостей конференции 24.10.2017 – 9.00-10.00

<b>Открытие конференции. Первое пленарное заседание</b>	<b>Вт. 24.10.2017, 10.00-17.00</b>	<b>Конференц-зал (ауд. 310л) УЛК МГТУ им. Н.Э. Баумана</b>
---	--	--

### СЕКЦИИ КОНФЕРЕНЦИИ

#### 1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

(руководители: академик РАН В.Ф. Журавлёв; д.т.н., проф. В.В. Андронов;  
д.ф.-м.н., проф. В.А. Самсонов; д.т.н., проф. П.М. Шкапов  
ученые секретари: к.ф.-м.н., доц. А.В. Панишина, к.т.н., доц. К.Б. Обносков)

##### 1.1 Аналитическая механика. Прикладные задачи механики

/ Пт. 27.10.2017, 9.00-17.00; конференц-зал (ауд. 310л) УЛК МГТУ им. Н.Э. Баумана /

##### 1.2 Научно-методические вопросы в преподавании механики

/ Пт. 27.10.2017, 10.00-17.00; ауд. 811л УЛК МГТУ им. Н.Э. Баумана /

##### 1.3 История механики

/ Чт. 26.10.2017, 15.00-18.00; ауд. 806л УЛК МГТУ им. Н.Э. Баумана /

#### 2. МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА

(руководители: д.т.н., проф. В.Т. Калугин; д.ф.-м.н., проф. Ю.Д. Чашечкин;  
д.ф.-м.н., проф. В.А. Калиниченко; д.т.н., проф. Д.Н. Попов;  
ученый секретарь: к.ф.-м.н. Д.А. Гончаров)

##### 2.1 Аэромеханика

/ Чт. 26.10.2017, 9.00-18.00; конференц-зал (ауд. 310л) УЛК МГТУ им. Н.Э. Баумана /

##### 2.2 Гидромеханика

/ Чт. 26.10.2017, 10.00-15.00; ауд. 806л УЛК МГТУ им. Н.Э. Баумана /

#### 3. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ. УСТОЙЧИВОСТЬ. УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ

(руководители: чл.-корр. РАН А.П. Крищенко; д.ф.-м.н., проф. Л.Д. Акуленко;  
д.ф.-м.н., проф. В.В. Лапшин  
ученый секретарь: к.ф.-м.н. В.А. Панкратов)

/ Ср. 25.10.2017, 10.00-17.00; ауд. 1034л УЛК МГТУ им. Н.Э. Баумана /

#### 4. НЕБЕСНАЯ МЕХАНИКА

(руководители: д.ф.-м.н., проф. В.В. Ивашкин; Astronom C. Bizouard  
ученый секретарь: к.ф.-м.н. Л.В. Зотов)

/ Чт. 26.10.2017, 9.00-13.00; ауд. 212л УЛК МГТУ им. Н.Э. Баумана /

#### 5. БАЛЛИСТИКА. МЕХАНИКА КОСМИЧЕСКОГО ПОЛЕТА

(руководители: д.ф.-м.н., проф. В.В. Сазонов; д.ф.-м.н., проф. М.Ю. Овчинников  
ученый секретарь: Д.А. Гришко)

/ Чт. 26.10.2017, 14.00-17.00; ауд. 212л УЛК МГТУ им. Н.Э. Баумана /

#### 6. ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА. ТЕОРИЯ КОЛЕБАНИЙ

(руководители: д.ф.-м.н., проф. С.В. Нестеров; д.т.н., проф. А.А. Пожалостин;  
д.т.н., проф. С.Н. Саяпин; д.т.н., проф. Г.А. Тимофеев  
ученый секретарь: А.И. Петухов)

**6.1 Прикладная механика**

/ Ср. 25.10.2017, 9.00-17.00; конференц-зал (ауд. 310л) УЛК МГТУ им. Н.Э. Баумана /

**6.2 Теория колебаний**

/ Ср. 25.10.2017, 9.30-15.00; ауд. 212л УЛК МГТУ им. Н.Э. Баумана/

**6.3 Теория механизмов и машин**

/ Ср. 25.10.2017, 15.00-18.00; ауд. 212л УЛК МГТУ им. Н.Э. Баумана/

**7. ПРОБЛЕМЫ ОПТИМИЗАЦИИ И ДИАГНОСТИРОВАНИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ И ГИДРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

(руководители: : д.ф.-м.н., проф. М.И. Киселев; д.т.н., проф. А.М. Цирлин  
ученый секретарь: В.Д. Сулимов)

/ Пт. 27.10.2017, 10.00-17.00; ауд. 212л УЛК МГТУ им. Н.Э. Баумана/

**8. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА**

(рук. д.ф.-м.н., проф. Ю.И. Димитриенко

ученый секретарь: к.ф.-м.н., доцент А.А. Захаров)

/ Чт. 26.10.2017, 10.00-17.00; ауд. 908л УЛК МГТУ им. Н.Э. Баумана /

**9. АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК**

(рук. д.т.н., проф. Н.И. Сидняев; д.т.н., проф. Г.Н. Кувыркин; д.ф.-м.н.,  
проф. А.Н. Морозов

ученый секретарь: к.т.н., доц. С.И. Шишкина)

**9.1 Динамические процессы в технике**

/ Чт. 26.10.2017, 10.00-17.00; ауд. 911л УЛК МГТУ им. Н.Э. Баумана /

**9.2 Прикладная математика и механика**

/ Чт. 26.10.2017, 10.00-17.00; ауд. 1006л УЛК МГТУ им. Н.Э. Баумана /

**9.3 Техническая физика**

/Чт. 26.10.2017, 14.00-17.00; ауд. 306 ГЗ МГТУ им. Н.Э. Баумана /

**10. ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В УПРАВЛЕНИИ МЕХАНИЧЕСКИМИ И БИОТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ**

(рук. д.т.н., проф. М.М. Благовещенская; д.т.н., проф. А.Б. Борзов

ученый секретарь: А.Н. Петряков)

/Чт. 26.10.2017, 10.00-17.00; конференц-зал МГУПП, ул. Талалихина, д.33/

<b>Заключительное пленарное заседание</b>	<b>Пт. 27.10.2017, 17.00-18.00</b>	<b>Конференц-зал (ауд. 310л) УЛК МГТУ им. Н.Э. Баумана</b>
---	--	--

24.10.2017 - 27.10.2017 кофе-брейк / перерыв на обед – 13.00-14.00 3-й этаж УЛК рядом с конференц-залом

25.10.2017 9.00-21.00 - выезд на родину Н.Е. Жуковского в село Орехово Владимирской обл.

27.10.2017 с 18.00 – банкет

## **ПЛЕНАРНЫЕ ВЫСТУПЛЕНИЯ И ДОКЛАДЫ**

### **Открытие конференции. Приветствие участникам и гостям конференции**

**Александров А.А.**  
МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва

### **Николай Егорович Жуковский - основатель научных школ ИМТУ/МВТУ**

**Зимин В.Н.**

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва  
*E-mail: zimin@bmstu.ru*

### **Место теоретической механики в современной структуре естественных наук**

**Трещев Д.В.**

МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва  
*E-mail: lkafedra\_trmm@list.ru*

### **Оценки областей со сложной динамикой механических систем**

**Крищенко А.П., Канатников А.Н.**

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва*  
*E-mail: skiper@bmstu.ru*

# **Пространственный осциллятор Ван-дер-Поля. Технические приложения**

Журавлёв В.Ф.

*Институт проблем механики РАН, Москва, Россия  
E-mail: zhurav@ipmnet.ru*

Уравнения Ван-дер-Поля, описывающие автоколебания в квазилинейном одномерном осцилляторе, обобщаются на случай, когда порождающий изотропный осциллятор имеет произвольное число степеней свободы. Конкретно рассмотрены двумерный (плоский) и трёхмерный (пространственный) случаи. В отличие от классической задачи, в которой стабилизировалась заданная амплитуда колебаний, в общем случае можно стабилизировать не только энергию колебаний, но и площадь плоской эллиптической траектории, её ориентацию в пространстве, частоту колебательного процесса и пр.

Указаны технические приложения соответствующих моделей.

## **The continental drift of the Earth's rotation pole: observations and models**

Bizouard C.

*Observatoire de Paris/SYRTE,  
International Earth Rotation and Reference System Service (IERS), France  
E-mail: christian.bizouard@obspm.fr*

The Earth rotation pole moves with respect to the crust. Along with a nearly seasonal wobble of about 0.2'' and other sub-seasonal oscillations of smaller amplitude, it drifts at longer periods. In light of astro-geodetic observations going back to 1890, this drift is composed of a linear time varying term and of a multi-decadal wobble. Linear trend is interpreted as the visco-elastic response of the Earth to the last deglaciation, however tectonic processes with mantle downwelling or upwelling could also account for a part of it. In this respect, it provides constraints on law mantle viscosity. According to last studies, decadal change of the mean pole path mostly reflects climatic changes through variation in the continental ice coverage. Along with this geophysical implication, polar drift has a great interest for operating space geodetic technique, namely for modelling pole tide of the geodetic station and a large part of the degree 2 coefficients of the geopotential. Here, again, visco-elastic behavior of the Earth remains the main unknown factor.

*Key words: Earth's rotation, polar motion, polar drift, deglaciation, tectonic motion, astro-geodesy.*

# **A method for attitude control of telescopes making use of an inverted pendulum**

Hanada H.<sup>1,2</sup>, Tsuruta S.<sup>1</sup>, Asari K.<sup>1</sup>, Araki H.<sup>1,2</sup>, Funazaki K.<sup>3</sup>, Satoh A.<sup>3</sup>,  
Taniguchi H.<sup>3</sup>, Kikuchi M.<sup>3</sup>

<sup>1</sup> National Astronomical Observatory, Japan

<sup>2</sup> Soken-dai (The Graduate University for Advanced Studies), Japan

<sup>3</sup> Iwate University, Japan

We propose an attitude control method of a telescope using an inverted pendulum. A cylindrical telescope tube with a sharp bottom end is put on a motorized XY linear stage. The upper edge of the tube is supported by 4 pressure sensors. When the tube begins to deviate from the vertical, torque arises to try to throw down the tube. Then, the pressure sensors detect the stress and the XY linear stage displaces the bottom of the tube so as to make the stress zero. Sensitivity to the verticality or stress intensity acting on pressure gauges does not depend on the size of the tube but on the mass. This character is advantageous to miniaturization.

*Key words: inverted pendulum, telescope tube, attitude control, horizontal/vertical reference.*

## **Математические модели инерциальных биосенсоров и их применение для разработки алгоритмов динамической и гальванической имитации управляемых полётов на стендах-тренажёрах**

Садовничий В.А.<sup>1</sup>, Александров В.В.<sup>1</sup>, Бугров Д.И.<sup>1</sup>, Тихонова К.В.<sup>1</sup>, Сото Э.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> МГУ имени М.В.Ломоносова, Москва, Россия

<sup>2</sup> Автономный университет г. Пуэбла, Мексика

E-mail: vladimiralexandrov366@hotmail.com, d.bugrov@mech.math.msu.su, esoto24@gmail.com

В докладе рассматривается математическая модель инерциального биосенсора углового ускорения, описывающая функционирование пары латеральных полукружных каналов вестибулярного аппарата человека. Модель состоит из трёх частей:

- а) биомеханической части – купуло–эндолимфатической системы, реагирующей на центрифужную силу инерции;
- б) динамики натриевого и калиевого токов волосковых клеток, создающих первичную информацию об угловом движении головы человека;
- в) динамики афферентных первичных нейронов (АПН), преобразующих первичную информацию для передачи в соответствующие отделы центральной нервной системы.

В рамках упрощенной математической модели АПН рассматривается возможность коррекции активности АПН в форме перехода динамической системы из области притяжения точечного аттрактора в область притяжения периодического аттрактора, реализующего выходной информационный процесс в виде релакционных автоколебаний (спайков).

Предлагается использовать полученную структуру алгоритма коррекции для создания комбинированной технологии виртуальной реальности, состоящей из динамической имитации управляемого движения и гальванической имитации вестибуло-окулярного рефлекса при имитации «быстрой» составляющей углового движения. В качестве приложения рассматривается имитация управляемого полёта на пилотажно-динамическом стенде опорного типа с платформой Стюарта.

*Ключевые слова: инерциальный биосенсор, модель купулоэндолимфатической системы, динамика афферентных первичных нейронов, аттрактор, динамическая имитация, гальваническая стимуляция.*

## **Двумерные спутные течения: теория, численное и лабораторное моделирование**

Чашечкин Ю.Д.

*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия  
E-mail: chakin@ipmnet.ru*

Приводятся результаты согласованных аналитических, численных и экспериментальных исследований двумерных течений вязких несжимаемых жидкостей, возникающих при равномерном движении тел простой формы. Основа анализа – система фундаментальных уравнений механики жидкостей, включающая уравнения состояния, неразрывности, переноса импульса и вещества с учетом эффектов диффузии. Течения изучаются в единой постановке в стратифицированных (сильно и слабо) и однородных средах (потенциально и актуально) с граничными условиями непротекания и прилипания. Требования к методикам моделирования сформулированы с учетом критериев регистрации крупных и разрешимости наиболее тонких структурных компонентов – прослоек с масштабами Стокса или Прандтля. Исследования проведены в широком диапазоне параметров, включающем ползучие, вихревые и нестационарно-вихревые режимы. Эксперименты выполнены на стендах уникальной установки УНУ "ГФК ИПМех РАН.

*Ключевые слова: жидкость, стратификация, тело, движение, внутренние волны, вихри, след.*

# Результаты исследований изотермичных турбулентных течений на основе стохастических уравнений сплошной среды и эквивалентности мер

Дмитренко А. В.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Национальный исследовательский ядерный университет (МИФИ), Москва, Россия

<sup>2</sup>Российский университет транспорта (МИИТ), Москва, Россия

E-mail: avdmitrenko@mephi.ru, ammsv@yandex.ru

Применение численных методов RANS, LES, DNS и их компьютерных кодов не сняло актуальности получения аналитических зависимостей важнейших для практики характеристик турбулентных течений, в том числе и ввиду актуальности задач верификации сложных расчетов и необходимости экспресс-оценок. Здесь на основе стохастических уравнений сплошной среды и эквивалентности мер [1-4] для классических течений сплошной изотермичной среды дан анализ и представлены вновь полученные основные параметры турбулентных потоков: 1) первые и вторые критические числа Рейнольдса; 2) выражение для критической точки начала перехода из детерминированного состояния в турбулентное; 3) зависимости для показателей профилей скорости; 4) корреляционные моменты и корреляционные функции; 5) коэффициенты гидравлического трения для классических течений.

## Список литературы

1. Дмитренко А.В. Эквивалентность мер и стохастические уравнения для турбулентных потоков // ДАН .2013. Т.450, № 6, С. 651-658. <http://dx.doi.org/10.1134/s1028335813060098>
2. Дмитренко А.В. Аналитическая оценка полей скорости и температуры в круглой трубе на основе стохастических уравнений и эквивалентности мер. ИФЖ, 2015, Т.88, №6, с. 1512 - 1520.
3. Dmitrenko, A.V.: An Estimation of Turbulent Vector Fields, Spectral and Correlation Functions Depending on Initial Turbulence Based on Stochastic Equations. The Landau Fractal Equation. Int. J. Fluid Mech. Res. 43(3), 82–91 (2016). doi:10615/InterJFluidMechRes.v43.i3. <http://www.dl.begellhouse.com/journals/>
4. Artur V. Dmitrenko Stochastic equations for continuum and determination of hydraulic drag coefficients for smooth flat plate and smooth round tube with taking into account intensity and scale of turbulent flow/ Continuum Mechanics and Thermodynamics , 29(1), 1-9 , 2017 , DOI 10.1007/s00161-016-0514-1.

# Секция 1

## ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

### 1.1 Аналитическая механика. Прикладные задачи

#### Разработка математической и макетной модели твердотельного волнового гироскопа

Ахмедова Е.Р.

*Национальный исследовательский университет «МЭИ», Москва, Россия.  
E-mail: vanille1@yandex.ru*

При управлении движущимся объектом на больших скоростях нужно учитывать необходимость быстрого и точного реагирования на угловое отклонение объекта от заданного направления. В решении данной задачи актуально использование прибора, позволяющего определять скорости поворота в пространстве, независимо от собственной скорости объекта или от вращения Земли.

В данной работе исследуется ТВГ (твердотельный волновой гироскоп), в основе функционирования которого лежит физический принцип, заключающийся в инертных свойствах упругих волн в твердом теле. Рассматриваемые гироскопы применяются в авиационной, ракетной, ракетно-космической отраслях промышленности, автомобилестроении, морской навигации, робототехнике, медицине и так далее.

Целью данной работы является построение математической модели резонатора, описывающей механические и электромагнитные процессы рассматриваемой электромеханической системы. Для составления уравнений наиболее удобным является аппарат аналитической механики, в котором электромагнитные и механические величины, характеризующие систему, фигурируют как формально равноправные, и уравнения движения получаются при помощи лагранжева формализма. При составлении уравнений используется эквивалентная электрическая схема, учитывающая наличие паразитных параметров в конденсаторах переменной емкости, образованных поверхностью резонатора. Решение и анализ полученных уравнений позволяет получить представление об электрических и механических процессах, происходящих в системе, определить пограничные значения коэффициента затухания  $\xi$ , при малых значениях которого затухающее движение носит колебательный характер, а при больших затухание так велико, что движение не является колебательными, и при истечении достаточно большого времени общее решение однородного уравнения становится сколь угодно малым и им можно пренебречь. Также найдено решение частного уравнения, которое называют вынужденным движением или вынужденным колебанием, так как движение



обуславливается действием внешней силы; получены соотношения для нахождения амплитуды вынужденных колебаний, сдвиг фаз между внешней силой и вынужденным колебанием.

Разработка макета ТВГ предполагает использование САПР, в котором задаются известные параметры материалов для каждой детали, габаритные и конструктивные размеры, способ соединений деталей, последующая компоновка и сборка самого изделия. Конструкторская проработка происходит из соображений удобства и технологичности производства деталей, оптимального сочетания свойств используемых материалов, а также надежности в процессе эксплуатации.

*Ключевые слова: гироскоп, ТВГ, математическая модель, формализм Лагранжа.*

## **Анализ и сравнение основных характеристик линейных и нелинейных колебаний**

Бондаренко Н.И., Обносков К.Б., Паншина А.В.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия  
E-mail: colia.bond@yandex.ru, KOB1-Naz@km.ru, panalv@mail.ru*

Рассматривается задача определения положений устойчивого и неустойчивого положений равновесия механической системы типа планетарного механизма с одной степенью свободы. Механизм совершает свободные колебания в вертикальной плоскости, которые описываются нелинейным дифференциальным уравнением. Исследуется функция потенциальной энергии механизма.

Анализ возможных движений механизма проводится с помощью фазовой плоскости. Исследуется зависимость числа положений равновесия и зависимость устойчивости положений равновесия от изменения значений параметров системы. Показано, что при изменениях значений параметров характер движения механизма может кардинально изменяться.

Определены некоторые характеристики нелинейных колебаний механизма около положений устойчивых равновесий. Проведен сравнительный анализ полученных характеристик с аналогичными характеристиками для малых (линейных) колебаний.

*Ключевые слова: колебания, положение равновесия, фазовая траектория, амплитуда, период.*

# Изменение во времени границы области достижимости системы третьего порядка

Бугров Д.И., Формальский А.М.

*МГУ имени М.В.Ломоносова, Москва, Россия  
E-mail: d.bugrov@mech.math.msu.su, formal@imec.msu.ru*

В докладе рассмотрена линейная стационарная система третьего порядка с одним ограниченным по абсолютной величине управляющим (возмущающим) воздействием. Предполагается, что это воздействие принадлежит множеству кусочно-непрерывных функций. Исследуется случай, когда матрица системы имеет одно действительное и два комплексно-сопряженных собственных значения. Изучается изменение границы области достижимости такой системы с ростом времени. Под областью достижимости понимается множество состояний, в которые может перейти система из начала координат за конечное фиксированное время при допустимом управлении. Вообще говоря, граница области достижимости имеет угловые точки – конические. Аналитически показано, что характер изменения границы области достижимости с ростом времени зависит от соотношения между действительными значениями собственных чисел. Если разность между действительным собственным значением и действительной частью комплексно-сопряженных отрицательна, т.е. если действительное собственное значение меньше действительной части комплексно-сопряженных, то конические угловые точки с ростом времени становятся менее заостренными и исчезают, если время стремится к бесконечности. Подобный процесс сглаживания границы области достижимости происходит тем быстрее, чем меньше указанная разность. Если указанная выше разность положительна или равна нулю, то заостренность конических угловых точек с ростом времени, начиная с некоторого момента, не изменяется. Найден угол раскрытия конуса в случае, когда эта разность равна нулю. Численное моделирование с использованием пакета МАТНЕМАТИСА подтверждает полученные аналитически результаты. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (15-01-04503, аналитические исследования, и 16-01-00683, численные исследования).

*Ключевые слова: линейная стационарная система, граница области достижимости, собственное число, коническая угловая точка, угол заострения.*

# **Брахистохроны с разгоняющей силой, а также с сухим и вязким трением**

Вондрухов А. С.<sup>1</sup>, Голубев Ю. Ф.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> АО "Санкт-Петербургская Международная Товарно-сырьевая Биржа,  
Москва, Россия

<sup>2</sup> ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия  
Email: vondrukhov@gmail.com

Найдены двухпараметрические семейства брахистохрон в поле сил тяжести при действии сухого трения, либо при одновременном действии вязкого трения и разгоняющей силы. Задача сведена к стандартной задаче оптимального управления по быстрдействию. Получена формула оптимального управления и система уравнений движения с дополнительной переменной, не содержащая особенности при нулевой скорости. Показано, что касательная к оптимальной траектории вертикальна в начальной точке. Доказаны свойства оптимальных кривых, в том числе свойство выпуклости и свойство автомодельности, позволяющее получать все оптимальные траектории путем масштабирования некоторого их подмножества.

*Ключевые слова: оптимальное управление, брахистохроны, сухое трение, вязкое трение, разгоняющая сила.*

## **Управление тягой вдоль брахистохроны в сопротивляющейся среде**

Зароднюк А.В., Черкасов О.Ю., Закиров А.Н.

МГУ имени М.В.Ломоносова, Москва, Россия  
E-mail: oyuche@yandex.ru

Рассматривается задача оптимизации управляемого спуска в сопротивляющейся среде. В качестве управления рассматриваются нормальная составляющая силы реакции опоры и сила тяги. Целью управления является максимизация горизонтальной дальности (терминальный член в функционале) и минимизация энергетических затрат (интегральный член) в заданный момент окончания процесса. Проводится качественный анализ решений, строится синтез экстремального управления.

*Ключевые слова: брахистохрона, особое управление, фазовый портрет, управление тягой.*

# **О движении шайбы на вращающейся горизонтальной плоскости**

Карапетян А.В.

*МГУ имени М.В.Ломоносова, Москва, Россия  
E-mail: avkarapetyan@yandex.ru*

Рассматривается задача о движении шайбы на вращающейся вокруг вертикали горизонтальной плоскости с сухим трением. Предполагается, что в каждой точке основания шайбы имеет место локальный закон сухого трения Кулона. Результирующая сила и момент трения вычисляются в рамках динамически совместной модели контактных напряжений, предложенной А.П. Ивановым (ПММ, 73 (2), 2009).

Рассмотренная задача обобщает задачи о движении шайбы по неподвижной плоскости и о движении диска (шайбы нулевой высоты) по вращающейся плоскости. Найдены инвариантные множества задачи и исследованы их свойства. В случае достаточно малого коэффициента трения Кулона построено общее решение уравнений движения шайбы в виде ряда по степеням этого коэффициента.

*Ключевые слова: шайба, вращающаяся горизонтальная плоскость, распределенное сухое трение.*

## **Поведение одномерных и двумерных моделей при сферическом движении**

Карпачев А.Ю.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия  
E-mail: a-karpachev@mail.ru*

В докладе представлен ряд типичных конструкций, совершающих в процессе эксплуатации сложное вращательное движение, состоящее из вращения вокруг двух пересекающихся осей. При выборе расчетной схемы для описания поведения таких конструкций правомерно использование моделей в виде тонкого плоского стержня и тонкого круглого диска (кольцевой пластины). Рассмотрены силовые факторы, обусловленные переносными и кориолисовыми силами инерции, установлены допущения, позволяющие в инженерной постановке сформулировать и решить задачу о связи скоростей вращения с искажением формы подобных моделей. Результаты численных расчетов при решении предложенной задачи подтверждены данными опытов, проведенных на специальной лабораторной установке. Изложенные подходы делают осмысленным процесс изучения влияния движения на поведение

подобных моделей, необходимых в практике проектирования реальных конструкций.

*Ключевые слова:* сферическое движение, ускорение Кориолиса, силы инерции, тонкий диск.

## **Сингулярные конфигурации KUKA youBot**

Капустина О.М.

*Национальный исследовательский университет «МЭИ», Москва, Россия  
E-mail: KapustinaOM@mpei.ru*

Найдены сингулярные конфигурации KUKA youBot на основе аналитического исследования матрицы Якоби отображения пространства обобщённых координат мобильного манипулятора в пространство параметров локации его рабочего органа. Определен характер движения рабочего органа, неосуществимого в этих конфигурациях.

*Ключевые слова:* сингулярные конфигурации робота, KUKA youBot, матрица Якоби.

## **Об устойчивости уравнений движения, полученных методами обратной задачи динамики, для систем с неголономными связями**

Каспирович И.Е.

*РУДН, Москва, Россия,  
E-mail: kaspirovich.ivan@mail.ru*

Рассматриваются обратные задачи динамики типа построения уравнений движения по заданному набору неголономных связей. Выявляется при этом возможность учета метода стабилизации связей, что автоматически гарантирует устойчивость численного решения данной системы относительно уравнений связей. Далее определяются условия устойчивости и возможность восстановления функции Лагранжа и Рэля по обобщенным условиям Гельмгольца.

*Ключевые слова:* динамика, система, устойчивость, уравнения, связи, стабилизация, функция Рэля, условия Гельмгольца.

# **О векторно-матричных уравнениях движения в задачах стабилизации неголономных механических систем с неоднородными связями**

Красинский А.Я.<sup>1,2</sup>, Красинская Э.М.<sup>3</sup>

<sup>1</sup> МГУПП, Москва, Россия

<sup>2</sup> МАИ (национальный исследовательский университет), Москва, Россия

<sup>3</sup> МГТУ им. Баумана, Москва, Россия

E-mail: krasinsk@mail.ru

Разработано применение векторно-матричных уравнений Воронца в переменных Рауса для описания динамики неголономных систем с неоднородными связями. Система может находиться под действием, кроме потенциальных, произвольных непотенциальных (в том числе, возможно, и управляющих) обобщенных сил. Кинетическая энергия может содержать как линейные по скоростям, так и свободные от скоростей члены. При разбиении вектора обобщенных координат на четыре векторных компоненты из выведенных общих уравнений динамики для задач устойчивости и стабилизации равновесий и стационарных движений получены нелинейные уравнения возмущенного движения с выделенным первым приближением. В отличие от известных результатов, форма этих уравнений позволяет анализировать структуру нелинейных членов. Обсуждаются возможности различных способов приложения управляющих воздействий. Разработанная методика создает возможность автоматизации решения задач стабилизации сложных технических устройств с использованием как оригинальных программных продуктов, так и современного стандартного программного обеспечения.

*Ключевые слова:* неоднородные неголономные связи, уравнения Воронца, установившиеся движения, стабилизация.

## **Нарушение эффекта самоторможения в контактной паре шероховатых тел**

Курапов П.А., Квасильчук С.А.

АО НПЦГ «Салют» (Филиал НИИД), Москва, Россия

ФГУП МОКБ «Марс», Москва, Россия

E-mail: q-paul@bk.ru, propellerheads@inbox.ru

Эффект самоторможения, который возникает в парах трения, очень широко распространён в технических системах, имеющих в своем составе кинематические пары. На основе этого эффекта создаются различные резьбовые соединения, винтовые передачи.

В станкостроении, робототехнике, приборостроении применяются сервоприводы, использующие самоторможение для надежной фиксации и стопорения выходного звена, обеспечивающие устойчивость и точность позиционирования при любых внешних воздействиях.

Рабочие детали в контактных парах могут быть выполнены из различных материалов, иметь различную шероховатость поверхности, покрытия, пленки смазочного материала, существенно влияющие на триботехнические характеристики.

Система с эффектом самоторможения является настолько работоспособной и устойчивой, насколько это позволяет ей уровень и стабильность триботехнических параметров каждой из взаимодействующих пар трения.

Разработан метод расчета трения, на основе которого мы можем анализировать системы с эффектом самоторможения. В частности, мы можем исследовать условия, при которых эффект самоторможения будет нарушаться.

Целью данной работы является исследование устойчивости систем, в функционировании которых применяется эффект самоторможения, а также выявление условий нарушения их устойчивости.

В данной работе рассматривается типовая пара трения – ползун на наклонной поверхности, имеющей угол наклона относительно горизонтальной поверхности  $\gamma$ , тогда условие самоторможения запишется в виде:  $\gamma \leq \arctg k$ , где  $k$  – коэффициент трения, представляющий собой сумму его механического сопротивления относительно перемещению при различных уклонах, площадки контакта микровыступов относительно вектора скорости перемещения и перпендикулярно ему, а также совместный взаимозависимый вклад деформационной и адгезионной составляющих в величину коэффициента трения. Анализ выражения, учитывающего двойственную природу трения показывает, что коэффициент трения для условий контакта двух шероховатых поверхностей зависит в основном от уклона микровыступов и адгезионных свойств, определяемых адгезионным пьезокоэффициентом. Экспериментальная проверка показала справедливость данных выводов, основанных на таком способе расчета параметров трения. Учитывая удовлетворительные результаты, этот способ является удобным средством для оценки триботехнических характеристик различных типов поверхностей, параметры микрогеометрии которых могут быть получены по измерениям на современных профилометрах.

Для дополнительной проверки выводов был выполнен эксперимент при контактном разрушении исходных микровыступов образцов, также подтвердивший полученные аналитически результаты.

*Ключевые слова: коэффициент трения, микровыступы, эффект самоторможения.*

# Компенсация погрешностей волнового твердотельного гироскопа, вызванных нелинейными колебаниями резонатора

Маслов Д.А., Меркурьев И.В.

*Национальный исследовательский университет «МЭИ», Москва, Россия  
E-mail: maslovdma@mpei.ru, merkuryeviv@yandex.ru*

В настоящее время волновой твердотельный гироскоп является одним из перспективных датчиков инерциальной информации, так как обладает высокой надежностью, малыми габаритами и сравнительно низкой стоимостью [1]. Большое внимание при разработке данного гироскопа уделяют вопросам, связанным с уменьшением его дрейфа, который определяется рядом факторов, в том числе нелинейными колебаниями резонатора [2,3].

Погрешность, обусловленная нелинейными колебаниями присуща всем без исключения гироскопам, реализующим идею маятника Фуко [2]. Для устранения этой погрешности необходимо поддерживать постоянной амплитуду колебаний и равной нулю квадратуру [2]. Однако находят применение гироскопы, работающие в режиме прямого преобразования, а также приборы с обратной связью в виде пропорционального звена, без интегральных звеньев. В этих случаях квадратура отлична от нуля.

В данной работе предлагаются три способа компенсации дрейфа гироскопа, вызванного нелинейными колебаниями резонатора.

Первый способ, предназначенный для гироскопов, работающих в режиме прямого преобразования, заключается в использовании предложенной формулы угловой скорости, в которой учитывается коэффициент нелинейности и другие параметры математической модели гироскопа, предварительно найденные по специально разработанной методике [4].

Второй способ, предназначенный для гироскопов, работающих в компенсационном режиме датчика угловой скорости, основан на подаче управляющих сигналов, учитывающих коэффициент нелинейности и другие дефекты гироскопа.

Третий способ заключается в линеаризации колебаний резонатора, с помощью специально сформированных сигналов, подаваемых на электростатические датчики управления. Предложенный способ может быть использован для устранения нелинейности колебаний и линеаризации силовых характеристик датчиков управления волновых твердотельных гироскопов с полусферическими, цилиндрическими и кольцевыми резонаторами. Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 16-01-00772-а, № 16-08-01269-а).

Ключевые слова: волновой твердотельный гироскоп, нелинейные колебания, компенсация дрейфа.



## Список литературы

1. Журавлев В.Ф., Переляев С.Е. Волновой твердотельный гироскоп - инерциальный датчик нового поколения с комбинированным режимом функционирования // Инновационные, информационные и коммуникационные технологии. № 1, 2016, С. 425-431.
2. Журавлев В.Ф. Управляемый маятник Фуко как модель одного класса свободных гироскопов // Изв. РАН. МГТ. №6. 1997. С.27 –35.
3. Маслов А.А., Маслов Д.А., Меркурьев И.В. Нелинейные эффекты в динамике цилиндрического резонатора волнового твердотельного гироскопа с системой управления // Гироскопия и навигация, 2015, №2, с. 71-80.
4. Маслов А.А., Маслов Д.А., Меркурьев И.В. Идентификация параметров волнового твердотельного гироскопа с учетом нелинейности колебаний резонатора // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. № 5, 2014, С. 18-23.

## **Влияние неизотропных упругих свойств резонатора на динамику микромеханического гироскопа на подвижном основании**

Меркурьев И.В., Подалков В.В., Панкратьева Г.В.

*Национальный исследовательский университет «МЭИ», Москва, Россия  
E-mail: MerkuryevIV@mpei.ru*

В последние годы одним из наиболее интенсивно и динамично развивающихся направлений является микросистемная техника, включающая в себя миниатюрные датчики инерциальной и внешней информации. Применение новых технологий микроэлектромеханических систем позволило значительно уменьшить массово-геометрические характеристики, энергопотребление и стоимость датчиков инерциальной информации, что позволило расширить сферу их применения.

Целью работы является построение новой математической модели малых продольных колебаний дискового резонатора, изготовленного из монокристалла гексагональной симметрии. Ставится задача исследования влияния анизотропии кристалла на динамику гироскопа.

С использованием вариационного принципа Гамильтона – Остроградского получены уравнения движения дискового резонатора на подвижном основании. С учетом краевых условий закрепления упругого диска найдены собственные формы и собственные частоты колебаний резонатора. Определена волновая картина колебаний резонатора на подвижном основании. Исследовано влияние погрешностей установки плоскости дискового резонатора относительно осей, связанных с монокристаллом. Предложены алгоритмы обработки первичной измерительной информации о функции продольной

деформации диска. Приведены числовые примеры, характеризующие точность гироскопа.

*Ключевые слова: микромеханический гироскоп, резонатор, упругая система, монокристалл, анизотропия, колебания, погрешности измерений.*

## **Моделирование динамики механических систем с учетом стабилизации связей**

Мухарлямов Р.Г.

*РУДН, Москва, Россия,  
E-mail: robgar@mail.ru*

Основная задача моделирования процессов динамики состоит в построении уравнений движения системы с учетом действующих сил и связей, ограничивающих ее перемещения. Уравнениями связей могут быть заданы желаемые свойства движений системы, которые обеспечиваются соответствующим влиянием дополнительных сил и изменением инерционных свойств системы. Н.Е. Жуковским были исследованы две основные задачи о построении уравнений движений: определение силовой функции, обеспечивающей данное семейство траекторий движения точки, и исследование устойчивости траектории движения. Представление уравнений связей в качестве частных интегралов уравнений движений позволяет обеспечить асимптотическую устойчивость интегрального многообразия и решить задачу стабилизации связей при численном решении уравнений динамики.

*Ключевые слова: динамика, система, устойчивость, уравнения, связи, стабилизация.*

## **Эллипсоид деформации Н.Е.Жуковского с учетом членов второго порядка малости**

Овсянников В.М.

*Московский филиал ГУМРФ, Москва, Россия  
Ноябрьский филиал Тюменского индустриального ун-та, Ноябрьск, Россия  
E-mail: OvsyannikovVM@yandex.ru*

Магистерская диссертация Н.Е. Жуковского посвящена ставшему центральным принципом в математической физике – закону сохранения. Поэтому построение эллипсоида деформации явилось первой темой, рассмотренной в учебнике Н.Е.Кочина, И.А.Кибеля и Н.В.Розе, по которому учились гидрогазодинамики 40-ых – 70-ых годов. В диссертации Н.Е.Жуковского и на с. 10 учебника имеется замечание, что построения эллипсоида делаются только «с точностью до величин второго порядка

малости». На это обратил внимание В.А.Бубнов. В самом деле, важнейший принцип математической физики и отражается математическими соотношениями с неполной степенью точности. Геометрические построения Н.Е.Жуковского были сопровождаемы таким подробным расчетом, что не составило большого труда по нему выписать и следующие, неучтенные члены, добавочные к левой части уравнения  $\operatorname{div} V = 0$ . Здесь  $V$  - вектор скорости.

Вскоре выяснилось, что при построении эллипсоида деформации использовалось скошение координатных осей и вращение, учитываемое операцией ротор. Оказалось, что  $\operatorname{rot} V$  отражает поворот только в первом приближении, а более точный подход должен учитывать еще дополнительные члены. С учетом дополнительных членов в 2006 г. было выписано уравнение неразрывности для плоского двухмерного течения несжимаемой жидкости. Такие же дополнительные члены уравнения неразрывности для несжимаемой жидкости были обнаружены в докладе Эйлера 31 августа 1752 г. в Берлинской королевской АН, опубликованном на латыни. В 2006 г. аналогичное уравнение неразрывности с членами высокого порядка по времени было выписано для сжимаемого газа

Установлено, что из уравнения неразрывности для сжимаемого газа члены второго порядка по времени при выводе волнового уравнения методом акустической аналогии Лайтхилла проникают в неоднородную часть волнового уравнения. Решение волнового уравнения методом запаздывающих потенциалов позволяет вычислить интенсивность генерации звуков и возникающих волн автоколебаний, не связанных с внешними воздействиями на поток. Следует напомнить, что эти колебания будут происходить с ускорением, меняющимся по синусоидальному закону. Движение будет неравномерным. И поэтому требовать от уравнения неразрывности с дополнительными членами выполнения преобразования Галилея, относящегося к прямолинейному равномерному движению, нельзя.

*Ключевые слова: уравнение неразрывности, члены высокого порядка по времени, автоколебания, волновое уравнение, эллипсоид деформации.*

## **Сравнительные исследования эффективности судовых волновых движителей различных типов.**

Прокофьев В.В., Филатов Е.В., Такмазьян А.К., Якимов А.Ю.

*Институт механики МГУ им. М.В.Ломоносова, Москва, Россия*

В волновом канале Института механики МГУ проведены сравнительные исследования эффективности волновых движителей (ВД) различных типов. Сохранялись одинаковые волновые условия, испытания проводились на одной модели судна - катамарана при примерно одинаковых площадях элементов ВД. Исследовались прямоточный волнодвижитель (использующий эффект опрокидывания волн), гибкая пластина (плавник), поворачивающаяся пластина с упругими связями, движитель типа подводный парус. Изучалось также

влияние на эффективность размещения ВД на корпусе судна. Показано, что эффективность работы ВД связана с особенностями качки судна. При наличии килевой качки эффективность прямоточного ВД падает, по сравнению с условиями отсутствия качки (длинное судно), однако не уступает эффективности ВД традиционных типов. Кормовое стабилизирующее устройство значительно увеличивает его эффективность. Исследования показали, что кормовой стабилизатор качки по-разному действует на эффективность ВД различных типов. В одних случаях он увеличивает эффективность во всем диапазоне частот волн, в других просто сдвигает характеристики по частотам.

*Ключевые слова:* морские волны, волновой движитель, судно, прямоточный волновой движитель, подводный парус, эксперимент.

## **Об интерпретации одной мареограммы японского цунами 2011 г. с помощью аналитического решения потенциальной модели**

Секерж-Зенькович С.Я.

*Институт проблем механики им. А.Ю.Ишлинского РАН, Москва, Россия  
E-mail: sekerzh@gmail.com*

Даются краткие сведения о японском цунами 2011 г. и его регистрации глубоководными станциями DART в Тихом океане. Приводятся мареограммы со станций DART 21418 и 51407.

Рассматривается задача типа Коши-Пуассона в рамках потенциальной модели цунами [1] с импульсным цилиндрическим источником на компактном носителе разрывным в радиальном направлении в предположении постоянства глубины жидкости. Приведено аналитическое решение задачи при специально подобранных параметрах источника.

Проводится сравнение временных зависимостей возвышения свободной поверхности жидкости с мареограммой, полученной на станции DART 51407, а также с зависимостями возвышения свободной поверхности, вычисленными по хорошо известной модели с “простым” источником.

Обсуждение результатов сфокусировано на проявлении дисперсионных эффектов, наблюдаемых на мареограммах.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант 16-11-10282.

### **Список литературы**

1. *Sekerzh-Zen'kovich S.Ya.* Comparison of Solutions of a Problem of Cauchy–Poisson Type under Discontinuous and Smooth Initial Values with the Marigrams of Tsunami 2011 Obtained from DART Stations// Russian Journal of Mathematical Physics., 2016. Vol.23, No.4. P. 529-535.

# Развитие эффектов дисперсии в цунами, возбуждаемого импульсными разрывными источниками

Волков Б.И.<sup>1</sup>, Ильясов Х.Х.<sup>2</sup> Секерж-Зенькович С.Я.<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Физический факультет МГУ имени М.В.Ломоносова, Москва, Россия

<sup>2</sup> Институт проблем механики им. А.Ю.Ишлинского РАН, Москва, Россия

<sup>3</sup> Институт проблем механики им. А.Ю.Ишлинского РАН, Москва, Россия

E-mail: b.i.volkov@gmail.com, ilyasov@ipmenet.ru, sekerzh@gmail.com

В докладе дается математическая формулировка в обобщённых функциях потенциальной модели цунами с импульсным источником в предположениях идеальной несжимаемой тяжелой жидкости, ограниченной снизу горизонтальным дном и сверху свободной поверхностью, давление на которой постоянно. В качестве источников рассматриваются аксиально-симметричные возмущения дна различной формы и размера.

Для решения используются *разложения по гладкости* искомых обобщённых потенциала скоростей и возвышения свободной поверхности жидкости, что позволяет свести исходную задачу к двум классическим: краевой задаче для уравнения Лапласа и начально-краевой задаче Коши-Пуассона для регулярных функций.

Получены представления регулярной части потенциала скорости жидкости и возвышения свободной поверхности жидкости в виде однократных интегралов. Приводятся результаты сравнительного анализа по трём источникам из [1] временной истории высоты волн в эпицентре цунами. Термин «момент зарождения цунами» взят из [2] и сводка результатов анализа решений для этого момента из [1]. В докладе представлены новые результаты сравнительного анализа поведения в ближней и средней зоне решений с признаками дисперсии, которые отсутствуют в теории длинных волн, для трёх источников в зависимости от их характеристического радиуса. Эти результаты могут быть использованы для сравнения с численными и экспериментальными методами исследования цунами на различных этапах его формирования.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ, грант 16-11-10282.

## Список литературы

1. Волков Б.И., Ильясов Х.Х., Секерж-Зенькович С.Я. Аналитическое исследование зарождения цунами, вызванного простыми финитными разрывным и негладким источниками поршневого типа// Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2014. № 5 С.122 – 133.
2. Sekerzh-Zen'kovich S.Ya. Analytical Study of a Potential Model of Tsunami with a Simple Source of Piston Type. 1. Exact Solution. Creation of Tsunami// Russian Journal of Mathematical Physics., 2012. Vol.19, No.3.

# Негладкие первые интегралы систем с диссипацией в динамике твердого тела, взаимодействующего со средой

Шамолин М.В.

*Институт механики МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия*

Динамика твёрдого тела, взаимодействующего со средой, как раз та область, где возникают либо диссипативные системы, либо системы с так называемой антидиссипацией (подкачкой энергии внутри самой системы). Поэтому становится актуальным построение методики именно для тех классов систем, которые возникают при моделировании движения тел, поверхностью контакта со средой которых является плоский участок – наиболее простая форма – их внешней поверхности. Поскольку при таком моделировании используется экспериментальная информация о свойствах струйного обтекания, возникает необходимость исследования класса динамических систем, которые обладают свойством (относительной) структурной устойчивости. Поэтому вполне естественно ввести определения относительной грубости для таких систем. При этом многие из рассматриваемых систем получаются (абсолютно) грубыми по Андронову–Понтрягину.

После некоторых упрощений общая система уравнений плоскопараллельного движения может быть сведена к маятниковым системам второго порядка, в которых присутствует линейная диссипативная сила с переменным коэффициентом, который при разных значениях имеющейся в системе периодической фазовой переменной имеет разный знак.

В данном случае будем говорить о системах с так называемой переменной диссипацией, где термин «переменный» относится не столько к величине коэффициента диссипации, сколько к возможной смене его знака (поэтому разумно употреблять термин «знакопеременный»).

В среднем за период по имеющейся периодической координате диссипация может быть как положительной («чисто» диссипативные системы), так и отрицательной (системы с разгоняющими силами), а также равной нулю. В последнем случае будем говорить о системах с переменной диссипацией с нулевым средним (такие системы можно ассоциировать с «почти» консервативными системами).

Как уже отмечалось ранее, также были отмечены важные механические аналогии, возникающие при сравнении качественных свойств стационарного движения свободного тела и равновесия маятника в потоке среды. Такие аналогии носят глубокий опорный смысл, поскольку позволяют перенести свойства нелинейных динамических систем для маятника на динамические системы для свободного тела. И те и другие системы принадлежат к классу так называемых маятниковых динамических систем с переменной диссипацией с нулевым средним.

При дополнительных условиях вышеописанная эквивалентность распространяется и на случай пространственного движения, что позволяет говорить об общем характере симметрий, имеющих в системе с переменной диссипацией с нулевым средним как при плоскопараллельном, так и при пространственном движениях.

Получен целый спектр случаев полной интегрируемости неконсервативных динамических систем, обладающих нетривиальными симметриями. При этом почти во всех случаях интегрируемости каждый из первых интегралов выражается через конечную комбинацию элементарных функций, являясь одновременно трансцендентной функцией своих переменных. Трансцендентность в данном случае понимается в смысле комплексного анализа, когда после продолжения данных функций в комплексную область у них имеются существенно особые точки. Последний факт обуславливается наличием в системе притягивающих и отталкивающих предельных множеств (например, притягивающих и отталкивающих фокусов).

## **Распределенное сухое трение между выпуклым телом и вязко-упругой плоскостью**

Зобова А.А.

*МГУ имени М.В.Ломоносова, Москва, Россия  
E-mail: azobova@mech.math.msu.su*

Рассматривается динамика абсолютно твердого тела, движущегося вдоль шероховатой горизонтальной плоскости. Предполагается, что плоскость деформируется во время движения, при этом нормальная реакция в каждой малой области плоскости пропорциональна деформации и скорости деформации (модель Кельвина-Фойгта). Помимо нормальной силы, на тело действует сухое трение, распределенное по площадке контакта. Результирующий вектор и момент силы сухого трения находится интегрированием малых сил кулонова трения по площадке контакта, как в модели Контенсу. Главное отличие от трения Контенсу заключается в том, что площадка контакта и нормальные реакции зависят от положения, ориентации, скорости центра масс и угловой скорости тела. Модель построена для выпуклого тела, поверхность которого аппроксимируется параболоидом. Рассмотрены некоторые частные случаи движения: чистое скольжение, чистое верчение, скольжение с верчением и скольжение с качением.

*Ключевые слова: сухое трение, распределенное трение, вязко-упругий контакт.*

# **О высокоскоростном входе в воду**

Ерошин В.А., Самсонов В.А.

*МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

Обсуждается процесс косо́го входа в воду твердого тела (круглого цилиндра) с плоским передним торцем. Процесс рассматривается, как ударный. Величина продольного ударного импульса, действующего со стороны воды на тело, и линия его действия определяется в соответствии с формулами абсолютно неупругого удара. Для оценки величины поперечного ударного импульса привлекается экспериментальная информация об угловой скорости, приобретаемой телом при входе в воду. Хотя поперечный импульс на порядок меньше продольного, его хватает для придания телу боковой скорости. Это качественно соответствует наблюденным в экспериментах тенденциям «всплывания» тел на подводном участке траектории.

## **1.2 Научно-методические вопросы в преподавании механики**

### **Учебно-методический комплекс по теоретической механике (полный интерактивный курс)**

Бертяев В. Д.

*ТулГУ, Тула, Россия  
E-mail: vit\_59@mail.ru*

Задача непрерывного повышения качества фундаментального образования, обеспечения его доступности при серьезной тенденции сокращения объема аудиторных занятий по естественнонаучным и общетехническим дисциплинам, невозможна без применения инновационных технологий. Выполнение требований ФГОС, помимо серьезных изменений учебных планов и рабочих программ дисциплин, приводит к кардинальному пересмотру технологий проведения аудиторных занятий и самостоятельной работы студентов, а также индивидуальной работы преподавателя со студентом.

Так, при чтении лекций, желательно обеспечить анимацию расчетных схем и визуализацию изучаемого явления.

При проведении практических и семинарских занятий можно и нужно:

– показать визуализированное решение изучаемой задачи и отобразить определяемые кинематические и динамические характеристики;



- провести анализ влияния тех или иных параметров на характер поведения исследуемых объектов;
- сравнить численное решение с приближенным и различные математические модели изучаемого явления.

Сущность качественной подготовки заключается не только в овладении теорией и формализованными методами решения задач, но и в умении правильно воспринимать и осмысливать результаты вычислений. Эффективнее всего это может быть реализовано в рамках курсового проектирования при наличии в нем элементов исследовательской деятельности.

Изучение любой учебной дисциплины невозможно без подтверждения уровня ее освоения. Для этого служат процедуры текущей (коллоквиумы, тесты, контрольные работы) и промежуточной аттестации (зачет, экзамен). Важным дополнением учебного процесса, как при проведении обучения, так и при подтверждении уровня знаний, являются программы-тренажеры по основным разделам изучаемой дисциплины. Эти программы предназначены для использования на практических занятиях в аудитории (в присутствии преподавателя) при отработке навыков решения задач по соответствующей теме; при самостоятельной работе студентов (в дисплейном классе кафедры при отсутствии преподавателя или на персональном компьютере); при проведении контрольных работ; при защите расчетно-графических и курсовых работ; при приеме зачетов и экзаменов.

Таким образом, предложена технология преподавания и изучения дисциплин естественнонаучного и общетехнического профиля. Описанная технология является базовой, но в зависимости от объема дисциплины допускается ее корректировка.

В результате выполнения и внедрения данного комплекса получены следующие основные результаты:

- Разработаны методы и средства, позволяющие эффективно повысить качество теоретической и практической подготовки специалистов на основе внедрения инновационных технологий.
- Определено место и роль программ-тренажеров (виртуальных лабораторных работ) в процессе изучения инженерных дисциплин, как эффективного средства индивидуализации обучения, усиления самостоятельной работы студента и повышения качества знаний. Созданы, внедрены и успешно используются в учебном процессе программы-тренажеры (виртуальные лабораторные работы) по теоретической механике.
- Разработана концепция и методика выполнения курсовых работ, содержащих элементы исследовательской деятельности с возможностью применения инженерных решений. Полностью подготовлено и с успехом используется методическое обеспечение с применением математически ориентированных сред при выполнении курсового проектирования среди студентов очной формы обучения.

# К вопросу об учебно-исследовательской работе студентов. Кинематика и статика плоских шарнирных механизмов

Бертяев В. Д.<sup>1</sup>, Ручинский В. С.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ТулГУ, Тула, Россия,

<sup>2</sup>МАИ (национальный исследовательский университет), Москва, Россия

E-mail: vit 59@mail.ru, 2svr@mail.ru

Плоские механизмы имеют широкое применение в технике. Кинематическое исследование этих механизмов играет важную роль на этапе предварительного проектирования узлов и звеньев сложных машин. Проектируя новую машину или прибор, разработчик должен уметь создавать такие кинематические схемы, чтобы выходные звенья механизма совершали движения, требуемые технологическим процессом. При этом часто приходится искать способы получения заданных движений всего механизма или его отдельных звеньев в зависимости от тех или иных ограничений, определяемых условиями функционирования машины.

Плоские шарнирные механизмы широко используются при дискретном цикле осуществления различных операций, когда возникает необходимость возврата выходного звена в исходное положение после внешнего возмущения. Поэтому необходимо определить величину внешнего воздействия обеспечивающее требуемое положение выходного звена механизма. Также необходима предварительная оценка прочности шарнирных соединений.

В учебном пособии «Кинематика и статика плоских шарнирных механизмов» на примере исследования поведения плоских шарнирных механизмов изучаются два важных раздела теоретической механики: кинематика и статика плоских шарнирных механизмов.

В описании данной учебно-исследовательской работы представлен общий вид документа Mathcad, в котором производится кинематический расчет плоского механизма. В документе присутствуют скрытые зоны (*Area*). Внутри каждой расположены необходимые формулы для расчета. Все скрытые зоны имеют названия, соответствующие тем процедурам, по которым производится расчет кинематических характеристик механизма. Ко всем процедурам в документе даны необходимые пояснения.

Совместно решается нелинейная система, в которую входят: система нелинейных уравнений геометрических связей и система уравнений равновесия. Исследуются факторы, обеспечивающие равновесие механизма в зависимости от положения ведущего звена.

Учебно-исследовательская работа позволяет научить студентов:

- ❖ производить визуализацию механизма, изображать траектории, векторы скоростей и ускорений всех его заданных точек;
- ❖ вычислять (в матричном виде) реакции внешних и внутренних связей механизма, а также величины уравновешивающего момента;

- ❖ получать условия равновесия механизма (в произвольном положении) под действием системы внешних сил;
- ❖ исследовать влияние положения ведущего звена и выбирать оптимальный вариант его приложения.
- ❖ определять оценку точности вычислений, проведенных различными методами, и определять, какой из методов более эффективен.

Результаты анализа рассмотренных схем приложения внешних сил, удерживающих механизм в положении равновесия, позволяют определить область допустимых значений углов поворота механизма, при которых конечны значения реакций внешних и внутренних связей механизма. Таким образом, определяется рациональная схема механизма.

*Ключевые слова: учебно-исследовательская работа студентов (УИРС), Mathcad, кинематика, статика, качественная и количественная оценка скоростей и ускорений, экстремальные значения, оптимальная схема механизма, оценка точности вычислений, проведенных различными методами.*

## **К вопросу об учебно-исследовательской работе студентов. Динамика плоских механизмов.**

Бертяев В. Д.<sup>1</sup>, Ручинский В. С.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ТулГУ, Тула, Россия,

<sup>2</sup>МАИ (национальный исследовательский университет), Москва, Россия

E-mail: vit59@mail.ru, 2svr@mail.ru

Целью данной учебно-исследовательской работы (УИРС) является исследование и анализ динамического поведения плоского шарнирного механизма и механизма с кулисным приводом.

Без глубокого знания кинематических и динамических характеристик механизмов, входящих в современный агрегат, невозможно спроектировать машину с параметрами, близкими к оптимальным, что, безусловно, отражается на производительности, надежности, долговечности машины и на качестве выпускаемой продукции.

Одним из важных факторов, влияющих на поведение механической системы, являются конструктивные особенности механизма. Актуальной является такая задача исследования механической системы, при которой оценивается влияние ее конструктивных элементов на динамические характеристики механизма.

Студент, анализируя результаты расчета движения механизма, должен:

- сформулировать критерии, удовлетворение которых обеспечивает адекватность построенной математической модели реальному движению механической системы;
- исследовать влияние конструктивных элементов на динамические характеристики механизма;

➤ в результате проведенного исследования определить область допустимых значений параметров механизма, обеспечивающих адекватность математической модели реальному движению данного механизма.

При заданных геометрических и инерционных параметрах плоского шарнирного механизма градиенты углового ускорения ведущего звена, а также реакции внешних и внутренних связей в сочленениях звеньев механизма имеют большие значения. Это может привести к разрывам механизма в местах сочленений и нарушению его работоспособности.

С целью устранения этой ситуации студент в первой части учебно-исследовательской работы формулирует критерий, удовлетворение которого позволяет исключить возможность сбоев в работе механизма.

В качестве примера в учебном пособии показано, каким образом производить изменения в конструкции механизма для решения поставленной задачи: существенно уменьшить коэффициент неравномерности ( $\approx$  в 2 раза) и коэффициент динамичности ( $\approx$  в 3 раза). При этом не должно измениться отклонение амплитуды приведенного момента инерции от своего среднего значения.

В результате проведенного исследования студент определяет, что уменьшение масс звеньев механизма, с одновременным увеличением массы ведущего звена, и замена кривошипа маховиком (с массой, распределенной по его ободу) значительно снижает величины вышеуказанных коэффициентов.

Таким образом, определяется оптимальная схема механизма, и на основании найденного закона движения по разработанному алгоритму вычисляются значения реакций внешних и внутренних связей.

Во второй части учебно-исследовательской работы объектом исследования является механизм с кулисным приводом, который приводится в движение электродвигателем.

*Ключевые слова: учебно-исследовательская работ студентов (УИРС), плоский шарнирный механизм, разрывы механизма в местах сочленений, динамические характеристики механизма, коэффициенты неравномерности и динамичности, оптимальная схема механизма, механизм с кулисным приводом, адекватность математической модели реальному движению механизма.*

# Учебно-исследовательская работа студентов «Применение методов классической механики при исследовании движения механических систем»

Бертяев В. Д.<sup>1</sup>, Ручинский В. С.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ТулГУ, Тула, Россия,

<sup>2</sup> МАИ (национальный исследовательский университет), Москва, Россия  
E-mail: vit59@mail.ru, 2svr@mail.ru

Данный доклад посвящен презентации учебного пособия «Применение методов классической механики при исследовании движения механических систем».

В учебном пособии продолжается изложение методических вопросов выполнения студентами учебно-исследовательской работы (УИРС) по теоретической, аналитической и прикладной механике, которое было начато в учебном пособии «Динамика плоских механизмов».

Под динамическим поведением механической системы понимается ее реакция (отклик) на внешние кинематические или динамические возмущения, обусловленные условиями эксплуатации.

Прогнозирование динамического поведения исследуемой механической системы означает:

- необходимость предвидеть последствия эксплуатационных возмущений;
- проанализировать поведение механической системы на основе математических моделей;
- по возможности заблаговременно устранить нежелательные эффекты, добиваясь оптимальных свойств механической системы.

Целью учебно-исследовательской работы является исследование и анализ динамического поведения механической системы с упругими связями с помощью основных теорем и принципов классической механики.

Важнейшие этапы исследования в данной учебно-исследовательских работе:

1. Используя метод классической механики, составить дифференциальное уравнение движения механизма.
2. Сформулировать начальные условия движения.
3. Найти решение дифференциального уравнения движения.
4. Определить закон движения механизма.
5. С помощью классических теорем механики составить систему уравнений для определения реакций связей.
6. Построить математические модели динамического поведения механической системы другими методами.
7. Обработать результаты вычислений и построить графики: движения, скоростей, ускорений, реакций связей
8. Провести анализ результатов расчета и обеспечить адекватность математической модели реальному движению механической системы.

Исследуется ситуация, когда натяжение одного из тросов(или всех тросов) станет отрицательным. Также может возникнуть ситуация, когда величина силы сцепления, превысит свое предельное значение, при котором качение катка происходит без проскальзывания. В этом случае математическая модель перестает адекватно отражать динамику механической системы. Актуальной становится задача коррекции параметров механизма таким образом, чтобы на всем этапе функционирования механической системы она сохраняла бы свою работоспособность.

Процедура коррекции параметров механизма осуществляется согласно алгоритму, приведенному в методических указаниях к данной учебно-исследовательской работе.

*Ключевые слова: учебно-исследовательская работ студентов (УИРС), внешние кинематические или динамические возмущения, обусловленные условиями эксплуатации механизма, динамические характеристики механизма, адекватность математической модели реальному движению механической системы, коррекция параметров механизма.*

## **К вопросу об учебно-исследовательской работе студентов по теоретической и аналитической механике. Сборник индивидуальных заданий**

*Бертяев В. Д.<sup>1</sup>, Ручинский В. С.<sup>2</sup>*

*<sup>1</sup>ТулГУ, Тула, Россия,*

*<sup>2</sup>МАИ (национальный исследовательский университет), Москва, Россия  
E-mail: vit59@mail.ru, 2svr@mail.ru*

Теоретическая механика представляет собой одну из основополагающих дисциплин высшей школы, обеспечивающей общенаучную инженерную подготовку студентов. Она является связующим звеном между математикой и прикладными науками. В теоретической механике студентам начинает прививаться инженерное мышление и умение ставить и решать практические задачи, доводя их до числового результата, а также умение анализировать полученное решение и определять границы его применения. Студенты впервые знакомятся с методами математического моделирования различных механических систем и расчета их основных пространственно-временных характеристик, а также с методами их взаимодействия в механических и технологических процессах.

На законах и принципах теоретической механики базируется целый ряд естественнонаучных и общетехнических дисциплин, таких как: сопротивление материалов, теория машин и механизмов, детали машин, строительная механика и др. Решение инженерных и научных задач, проектирование новых машин, конструкций и сооружений также осуществляется на основе теорем и принципов теоретической, аналитической и прикладной механики.

Хорошие знания теоретической механики требуют не только глубокого усвоения теории, но и умения грамотно поставить задачу, решить ее, проанализировать результаты и при необходимости выбрать оптимальный вариант решения. Все вышеизложенное наиболее успешно может быть достигнуто при выполнении студентами индивидуальных учебно-исследовательских заданий.

Индивидуальные учебно-исследовательские задания дают возможность после изучения изложенного материала, самостоятельно решать более сложные и математически трудоемкие задачи механики.

Целями и задачами учебно-исследовательской работы студентов (УИРС) по учебным дисциплинам теоретической, аналитической и прикладной механики являются:

- Формирование у студентов начальных приемов и навыков применения механико-математических методов моделирования и расчёта механических систем.
- Формирование у студентов начальных приемов и навыков решения конкретных задач, помогающих (в дальнейшем) в решении научно-технических задач по выбранному направлению инженерной подготовки.
- Формирование у студентов начальных приемов и навыков аналитического творческого мышления, правильного понимания границ применимости различных механико-математических методов исследования инженерных задач.

Данный доклад посвящен презентации учебно-методического пособия «Сборник индивидуальных заданий к учебно-исследовательской работе студентов», в котором представлены варианты индивидуальных заданий к учебно-исследовательской работе студентов по теоретической и аналитической механике.

*Ключевые слова: учебно-исследовательская работа студентов (УИРС), сборник индивидуальных заданий, кинематика плоских шарнирных механизмов, равновесие плоских шарнирных механизмов, динамика плоских шарнирных механизмов, динамика механизмов с кулисным приводом, динамическое поведение механической системы с упругими связями, оптимизация характеристик механической системы.*

# **Методы определения минимальной сдвигающей силы при наличии трения скольжения**

Варенцов В.В.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

*E-mail: E-varentzov.viach@yandex.ru*

При изучении курса теоретической механики и курса физики в техническом вузе, а также на школьных и студенческих олимпиадах встречаются задачи на равновесие тел с учетом сил трения, приложенных со стороны шероховатой неподвижной плоскости. Затруднения при решении задач относятся к определению минимальной сдвигающей силы. На примере решения одной из таких задач показано, что минимальную сдвигающую силу можно определять тремя методами. Первый метод основан на применении геометрической формы условия равновесия тела, когда суммарная сдвигающая сила противоположна реакции плоскости. Два других метода в основе содержат аналитическую форму условия равновесия с анализом полученных зависимостей.

## **Дубинин В.В. - инициатор и руководитель работ по созданию автоматизированной лаборатории по теоретической механике**

Витушкин В. В., Назаренко Б. П.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

В 2017г. исполняется 80 лет со дня рождения заслуженного работника высшей школы РФ, лауреата премии Правительства РФ в области образования, кандидата технических наук, доцента В.В.Дубинина. Владимир Валентинович родился 14.09.1937 г. В годы Великой Отечественной войны жил в Ленинграде вплоть до полного снятия блокады. На кафедре теоретической механики работал с 1968 г., с 1972 г., руководил кафедрой с 1990 г. по 2012 г. Был специалистом по исследованию поведения конструкций под действием интенсивных динамических и ударных нагрузок. В.В.Дубинин был инициатором и руководителем работ по созданию современной автоматизированной лаборатории теоретической механики, разработке ее программного и методического обеспечения. Лаборатория дважды удостоена высших наград ВВЦ – золотых медалей, а ее автоматизированные комплексы защищены патентами РФ, что подтверждает уникальность и высокий технический уровень этой лаборатории.



*Ключевые слова: теоретическая механика, теория колебаний, лабораторные исследовательские комплексы, математическое моделирование, эксперимент.*

## **Опыт применения и преимущества свободного программного обеспечения при решении прикладных и педагогических задач механики**

Вуколов А. Ю.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия  
E-mail: twdragon@bmstu.ru*

Свободное программное обеспечение (ПО) является реализацией новой парадигмы научной работы в области информационных, коммуникационных технологий и проектирования. В настоящее время оно является стандартом де-факто при разработке библиотек, систем обработки данных, инструментальных средств программиста. Открытость и публичность решения задач, абсолютная воспроизводимость ошибок, свободное обсуждение полученных результатов позволяют достигать высочайшей эффективности и производительности труда. В данном докладе обобщаются особенности и описываются преимущества, получаемые при использовании свободного ПО при решении прикладных задач механики, а также в процессе обучения студентов дисциплине «Теория механизмов и машин».

*Ключевые слова: свободное ПО, программное обеспечение, разработка, ТММ, обучение, инженерное образование, прикладные задачи механики.*

## **Всероссийские студенческие олимпиады по теоретической механике в г. Казани**

Муштари А.И.

*КНИТУ, Казань, Россия  
E-mail: mai\_kstu@mail.ru*

Всероссийский (третий) этап Всероссийской олимпиады студентов по теоретической механике для направлений подготовки 010000-280000 проводится в г. Казани ежегодно с 2014 года. К участию в олимпиаде допускаются студенты 1-4 курсов, победители или призеры городских, региональных и внутривузовских олимпиад.

Олимпиада включает два независимых конкурса. Основным является конкурс решения теоретических задач. Его итоги подводятся в личном и командном зачетах. Кроме того, для желающих проводится конкурс решения задач на компьютерах. Все конкурсные задачи являются авторскими и

оригинальными, специально разработанными для данной олимпиады. Членами жюри олимпиады являются преподаватели вузов, участвующих в олимпиаде. В олимпиаде, состоявшейся 5-9 декабря 2016 года в Казанском государственном энергетическом университете, приняло участие 117 студентов из 34 команд вузов России.

*Ключевые слова: олимпиада, теоретическая механика.*

## **Концептуальные принципы современной образовательной парадигмы**

Купавцев А. В.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

*E-mail: avkup@bk.ru*

Главный, гуманистический, принцип современной образовательной парадигмы нацелен на максимальное всестороннее развитие человека, на раскрытие всего своеобразия его способностей и талантов, на формирование диалектического мышления, образовательного, инновационного и жизненного потенциалов личности. Формирование творческой личности, активно и эффективно участвующей в национальных государственных программах оздоровления и развития индустрии и всего хозяйства страны – главное отличие гуманистического характера современной образовательной парадигмы. Сущностная роль активной деятельности личности в освоении видов и норм предметной и духовной жизни, в полной гармонии человека с природой и в социуме, возможность творчески трудиться, создавать материальное и духовное наследие потомкам и др. определяют сферы бытия современного человека, что явилось базисом матричной модели гуманистически-деятельностной образовательной парадигмы.

Образование, обращенное в прошлое науки, становится фактором формирования грядущего мироустройства, общепланетарные проблемы существования человека на Земле, новое понимание общечеловеческого социума и т.п. требуют создания объективной оптимальной многогранной единой для всех народов мира социокультурной среды обитания человечества на планете в историческом будущем.

Современная образовательная парадигма есть создание общепланетарной гуманистически-деятельностной образовательной системы грядущего будущего на планете.

*Ключевые слова: гуманистический принцип, деятельностный подход, инновационное творчество, структура бытия современного человека, матричная модель общепланетарной образовательной парадигмы будущего.*

# Профориентированные многовариантные задания в курсе теоретической механики для технических вузов

Невенчанная Т.О.<sup>1</sup>, Пономарева Е.В.<sup>2</sup>, Синельщиков А.В.<sup>3</sup>,  
Хохлова О.А.<sup>2</sup>, Кулемина К.В.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Московский политехнический университет, Москва, Россия

<sup>2</sup>Астраханский государственный технический университет, Астрахань, Россия

<sup>3</sup>Астраханский государственный архитектурно-строительный университет,  
Астрахань, Россия

E-mail: nevento@mail.ru, astrax@rambler.ru, laex@bk.ru, zaphy@yandex.ru,  
ksenia\_v\_k@mail.ru

Современные реалии ставят перед системой высшего профессионального образования проблему обеспечения регионов квалифицированными инженерными кадрами, способными самостоятельно овладеть профессиональными видами деятельности, обладать мультидисциплинарным системным мышлением. Подготовка будущих инженеров осуществляется в процессе изучения естественнонаучных дисциплин и дисциплин общепрофессионального цикла, в том числе теоретической механики, преподавание которой в современном ВУЗе сопряжено с определенными трудностями: 1) дисциплина является достаточно сложной для восприятия студентами начальных курсов; 2) резкое сокращение числа аудиторных часов вызывает необходимость оптимизации учебного процесса даже при очном обучении. Такое положение вещей обуславливает потребность в создании эффективных интерактивных средств дистанционного обучения (ИСДО), направленных на организацию самостоятельной работы студентов. В большинстве существующих ИСДО по теоретической механике частично или полностью отсутствуют возможности: 1) адаптации материала по заданным критериям для обеспечения требуемого уровня сложности и объема изучения; 2) разработки и внедрения принципиально новых расчетных заданий, ориентированных не только на формирование базовых теоретических знаний, но и на приобретение навыков решения задач, тесно связанных с будущей профессиональной деятельностью. Отличительными особенностями разработанного авторами ИСДО стали использование при изучении теоретической механики средств специализированных математических пакетов, а также ориентация излагаемого материала на будущую профессиональную деятельность студентов и укрепление междисциплинарных связей дисциплин механического профиля. Разработана методология проведения расчетов статических и прочностных параметров механических систем (твердых тел, составных конструкций, ферм) в системах Maple и MathCAD. Сформирован комплекс программ, используемый как генератор уникальных многовариантных расчетных профориентированных заданий, ранжируемых по степени сложности. Отдельные положения предложенной методики встречаются в работах отечественных авторов, однако в настоящее время

аналога, реализующего в полном объеме ИСДО, способное решать образовательные и научно-практические задачи, генерировать задания заданной сложности с автоматической проверкой получаемых результатов, формировать банк уникальных многовариантных профориентированных расчетных заданий, не существует.

*Ключевые слова: теоретическая механика, интерактивные средства обучения, компьютерное моделирование, генератор профориентированных многовариантных заданий.*

## **Об особенностях преподавания теоретической механики студентам-инвалидам по слуху в условиях инклюзивной среды**

Паншина А.В., Барышников Ю.Н., Благовещенский И.Г.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия  
E-mail: panalv@mail.ru, mhhs@list.ru, drbl@bk.ru*

Обсуждаются вопросы, связанные с преподаванием курса теоретической механики студентам с ограниченными возможностями здоровья по слуху. В рамках государственной социальной политики в сфере профессионального образования реализуются меры по усилению доступности высшего образования для лиц с ограниченными возможностями по здоровью, в частности с ограниченными возможностями по слуху. МГТУ им. Н.Э.Баумана — один из первых в мире университетов, где в системе непрерывного многоуровневого профессионального образования эффективно развиваются специальные образовательно-реабилитационные программы инженерного образования глухих и слабослышащих граждан. Для реализации доступности образования в системе инклюзивного, интегрированного обучения необходимо учитывать специфические особенности работы с такими студентами.

При нарушении слуха снижается или утрачивается восприятие звуковой информации, что приводит к нарушению способности определять звуковой состав слов, пониманию устной и письменной речи. В результате слабо развиваются способности к пониманию причинно-следственных связей между объектами предметной области, что усложняет изучение учебной информации. Преподавание в группах со слабослышащими студентами требует индивидуализации ведения занятий, создания дополнительных методических пособий и разработок, иллюстрирующих законы механики на действующих моделях механизмов, использования мультимедийного оборудования и информационных технологий. Значительный эффект дает сотрудничество с сурдопереводчиками, а также увеличение времени контакта преподавателей с обучающимися за счет дополнительных коррекционных занятий.

*Ключевые слова: теоретическая механика, методика преподавания, коррекционные занятия, студенты с ограниченными возможностями здоровья по слуху.*

## **Развитие инженерного мышления в олимпиадном движении по теоретической механике**

Попов А.И.

*Тамбовский государственный технический университет, Тамбов, Россия  
E-mail: olimp\_popov@mail.ru*

Относительная свобода в проектировании образовательных программ, предоставленная вузам в соответствии с ФГОС ВО, приводит к снижению фундаментальности технического образования и перекосу в сторону формирования конкретных трудовых умений. Уменьшается время на изучение основополагающих инженерных дисциплин, и, прежде всего, теоретической механики. Перспективным способом формирования основ инженерного мышления в условиях дефицита времени контактной работы является активизация самостоятельной работы при изучении механики посредством построения учебного процесса на основе деятельностного подхода и повышения степени индивидуализации обучения студентов. Эффективное творческое саморазвитие технического специалиста в процессе самостоятельной работы по механике предполагает переход от традиционных студенческих олимпиад к олимпиадному движению.

Олимпиадное движение обеспечивает массовость участия за счет предоставления каждому обучающемуся возможности в соответствии с уровнем способностей, имеющихся знаний и внутренней мотивации включаться в творческую работу по решению задач, как в рамках неформального коллектива, так и индивидуально в электронной образовательной среде. Олимпиадное движение должно включать: этап инициации (привлечение новых участников к решению творческих задач), подготовительный этап, соревновательный этап (обеспечивающий формирование психологической готовности к деятельности в условиях конкуренции), этап перехода к профессиональной инженерной деятельности. Ключевым моментом, обеспечивающим результативность олимпиадного движения по теоретической механике, является разработка инструментально-педагогических средств воздействия на студента – комплекса творческих задач. Данные задачи должны отражать предметный и социальный контексты будущей профессиональной деятельности, иметь различную сложность и предполагать разнообразные подходы к преодолению психологической инерции.

На основе опыта работы в жюри олимпиад различного уровня и изучения олимпиадного движения как формы организации обучения подготовлен ряд

сборников творческих задач по механике, структурированных по уровню сложности, профессиональной направленности и степени проработанности методических указаний и рекомендаций по их самостоятельному решению [1]. Предложены мероприятия педагогического характера по вовлечению обучающихся, и, прежде всего заочной формы, в составление олимпиадных задач на основе анализа реальных проблем профессиональной деятельности.

Разработанная технология развития инженерного мышления в олимпиадном движении и учебно-методический комплекс по теоретической механике прошли апробацию в университетах Российской Федерации и Республики Беларусь, на Всероссийских и международных олимпиадах, получили одобрение федеральных учебно-методических объединений. В настоящее время ведутся работы по созданию адаптивной системы управления творческим саморазвитием обучающихся с использованием единого образовательного пространства, что позволит выйти на креативный уровень интеллектуальной активности большому количеству студентов технических вузов.

*Ключевые слова: креативность специалиста, творческое саморазвитие инженера, олимпиадное движение, теоретическая механика.*

## **Список литературы**

1. Попов, А.И. Теоретическая механика. Сборник задач для творческого саморазвития личности студента: учебное пособие / А. И. Попов. - Тамбов: Изд-во ГОУ ВПО ТГТУ, 2010. – 188 с.

## **Основные аксиомы и следствия классической механики**

Смелягин А. И.

*Кубанский государственный технологический университет,  
Краснодар, Россия  
E-mail: asmelyagin@yandex.ru*

Классическая механика строится на законах, аксиомах и принципах, которые используют такие понятия как сила, пространство, время и масса. Фундамент классической механики построен на идеях Галилея, Ньютона и Эйлера. По мере развития выяснилось, что законы классической механики Ньютона не абсолютны.

Удивительно, но факт, что так называемые основные понятия механики, смысл которых традиционно считается ясным и понятным любому читателю, до сих пор однозначно не определены. Законы Ньютона не могут быть законам просто потому, что они сформулированы не для реальных объектов, а для не существующих в природе материальных точек. Тем не менее, современная классическая механика базируется на законах, сформулированных в XV-XVII веках.

Опираясь на современные знания и понятия, в работе формулируются основные аксиомы и следствия, которые моделируют взаимодействия и движения материальных объектов. За основу дальнейших построений моделей движения объектов принято то, что все материальные тела во Вселенной в каждое мгновение находятся как в движении, так и в покое.

Приведенные аксиомы позволили изменить терминологию, научные основы и логику построения классической механики. В работе приведены теоретические и практические результаты исследования свободного полета колеса с применением новых аксиом.

*Ключевые слова: закон, аксиома, принцип, сила, пространство, время, кинетическая энергия, работа, взаимодействие, скорость, ускорение.*

## **Соотношения образовательной, гуманитарной и воспитательной компонент при изучении дисциплин прикладной механики в НИУ «МЭИ»**

Хроматов В.Е., Бесова А.В., Новикова О.В.

*Национальный исследовательский университет «МЭИ», Москва, Россия  
E-mail: KhromatovVY@mpei.ru*

Опыт преподавания дисциплин механики твердого тела (МТТ) на кафедре Динамики и прочности машин в Московском энергетическом институте (НИУ «МЭИ») показал, что включение в читаемые курсы исторических сведений о научной деятельности и жизни основоположников общеобразовательных и научных дисциплин, изучаемых студентами, в значительной степени повышает интерес к обучению. В экзаменационные программы и билеты наряду с теоретическими и практическими вопросами курса МТТ включены научные и биографические сведения об ученых-классиках, основателях МТТ, российской школе механиков. Студенты при подготовке к экзамену изучают этот материал самостоятельно по предложенной литературе или распечатывают сведения об ученых из Интернета, которыми им разрешается пользоваться непосредственно на экзамене. На наш взгляд в учебных пособиях, издаваемых в ВУЗах, включение в них сведений о научных школах специализирующих кафедр ВУЗа способствует воспитанию патриотизма и приобщению молодежи к науке. Современные выпускники средних школ и студенты младших курсов ВУЗов, благодаря реформам в образовании постепенно утрачивают интерес к гуманитарным наукам, художественной и исторической литературе, утрачивают навыки чтения и традиционной письменности. Поэтому приходится заниматься переработкой существующих учебников и учебных пособий и учить студентов просто правильно конспектировать преподаваемый материал. Неразрывной частью учебного процесса в высшей школе является и организация воспитательной работы со студентами. Целесообразно применение опыта педагогических разработок, применяемых в средних школах, в частности

междисциплинарного обучения. При переходе к двухуровневой системе образования бакалавр-магистр нельзя снижать уровень преподавания фундаментальных дисциплин — математики, физики, теоретической и прикладной механики. Но нельзя сокращать и гуманитарную составляющую образования, что, безусловно, приведет к потере общей культуры специалиста с высшим образованием.

*Ключевые слова: историко-биографические сведения, фундаментальные дисциплины, воспитание, междисциплинарное обучение.*

## **Об изменении кинетической и потенциальной энергий в механических бегущих волнах**

Чуев А.С.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия  
E-mail: chuev@mail.ru*

Синфазность изменений кинетической и потенциальной энергий в механических бегущих волнах зачастую воспринимается как парадокс. В работе показывается, что понятие синфазности в изменении двух видов энергии в бегущей волне в основном соответствует реальности, а парадоксальность кажущаяся.

Известное уравнение волны  $\xi(x, t) = A_0 \sin(\omega t - kx) = A_0 \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$  оказывается синусоидой только в случае одной переменной. При выборе определенного значения координаты  $x$  получаем для этого места гармонический закон изменения амплитуды во времени. При выборе определенного значения момента времени  $t$  получаем распределение для этого момента времени амплитуд гармонического колебания по всей области пространственного распространения волны. Из этого выражения следует, что одновременное описание колебательного процесса во времени и в пространстве невозможно даже для одномерной волны. Сравнить колебания, принадлежащие текущему времени и текущей координате, явно бессмысленно. Бессмысленно говорить и о сдвиге фаз между соответствующими разнородными изменениями амплитуд, что зачастую делается.

В заключение сформулированы следующие выводы и замечания.

Рассмотрение анимаций бегущих волн показало, что понятие синфазности в изменении двух видов энергии (кинетической и потенциальной) в бегущих волнах в основном соответствует реальности, но имеются некоторые сомнения и неясности.

1. В волновых процессах нельзя смешивать изменения во времени и пространстве, следует также различать временные и пространственные сдвиги по фазе.



2. Возможно, потенциальная энергия в воздушной волне определяется не давлением, а градиентом давления, тогда искомый сдвиг по фазе двух энергий становится объясним.

3. Синфазность изменений и равенство максимальных значений кинетической и потенциальной энергий в бегущих волнах можно объяснить пространственным фазовым сдвигом, когда потенциальная энергия (давление) определенного гребня (уплотнения) волны превращается в кинетическую энергию того же гребня, но оказывающегося уже в другом пространственном месте. Параллельно этому идет процесс превращения кинетической энергии частиц подвижного гребня волны в давление того же гребня, но в другом пространственном месте, отстоящем (в это мгновение) от первого места на четверть длины волны.

*Ключевые слова: бегущие волны; механические волны; синфазность изменений энергии.*

## **Механика Намбу и ее применения**

Шишанин А.О.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

*E-mail: shishandr@rambler.ru*

Привычная механика, которая описывается в стандартных учебниках, основана на том, что координаты и импульсы образуют некоторое многообразие  $M$ . Динамика на  $M$  определяется некоторой функцией от координат и импульсов гамильтонианом  $H$ . Алгебра функций на  $M$  задается скобкой Пуассона. Можно сказать, что на  $M$  задан бивектор. Уравнения движения (уравнения Гамильтона) могут быть записаны с помощью скобки Пуассона.

Й. Намбу в 1973 г. опубликовал статью, в которой обсуждается более общий случай. Предположим, что алгебра функций на некотором многообразии  $N$  тринерна. Тогда скобка Намбу может быть определена тривектором на  $N$ . Размерность многообразия  $N$  кратна 3. Динамика на  $N$  определяется посредством двух гамильтонианов (интегралов движения)  $H$  и  $F$ . Важным примером механики Намбу является асимметричный волчок Эйлера, где гамильтонианами являются энергия и квадрат модуля момента импульса. Это просто обобщить механику Намбу на случай  $n$ -линейной скобки и  $n-1$  гамильтонианов. Я обсужу некоторые применения механики Намбу в теории интегрируемых систем и теории поля.

*Ключевые слова: Гамильтониан, уравнения Гамильтона, скобка Пуассона, пуассонов бивектор, скобка Намбу.*

## **Автоматизированная лаборатория по теоретической механике**

Витушкин В.В., Жигулевцев Ю.Н.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

В докладе приводятся результаты многолетней работы, проводимой на кафедре «Теоретическая механика» МГТУ им. Н.Э. Баумана по созданию и совершенствованию лабораторных исследовательских комплексов по отдельным разделам теоретической механики и теории колебаний, отвечающих современному уровню информационных технологий, методикам научных исследований и ведения учебного процесса. Разработанные лабораторные комплексы позволяют не только математически анализировать физическое явление, но и проверять в эксперименте реальность проведенного моделирования. Комплект лаборатории включает в себя лабораторные комплексы: «Наклонная плоскость», «Двухстепенной гироскоп», «Исследование гироскопических давлений», «Динамические реакции подшипников», «Физический маятник», «Двойной маятник», «Вынужденные колебания механической системы с инерционным возмущением», «Вынужденные колебания системы с одной степенью свободы», «Закон сохранения кинетического момента». Каждый из указанных комплексов содержит экспериментальную установку, снабженную соответствующими датчиками механических величин (сил, перемещений, скоростей и т.д.), аналого-цифровой преобразователь и ПЭВМ. Это позволяет автоматизировать проводимые эксперименты – вводить и обрабатывать реализации исследуемых процессов, задавать и поддерживать режимы работы установок. В основу построения комплексов заложен принцип выявления и исследования взаимосвязи между теоретическим описанием процесса (явления) и результатами его математического моделирования и экспериментального исследования. Результаты экспериментов обрабатываются на ПЭВМ и отображаются в реальном масштабе времени. Программное обеспечение лабораторных комплексов выполнено в оригинальном, разработанном на кафедре исполнении, а также на основе программной системы LabView.

*Ключевые слова: теоретическая механика, теория колебаний, лабораторные исследовательские комплексы, математическое моделирование, эксперимент.*

## 1.3 История механики

### **Создание кафедры теоретической механики и одноименной научно-педагогической школы в Императорском Московском Техническом Училище Николаем Егоровичем Жуковским**

Шкапов П.М.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия  
Email: spm@bmstu.ru*

Доклад посвящен основоположнику прикладной аэро-гидродинамики, «отцу русской авиации», создателю и первому руководителю ЦАГИ, основателю кафедры «Теоретическая механика», профессору Императорского Московского Технического Училища и Московского Университета Николаю Егоровичу Жуковскому. Дается краткий обзор его научной и научно-педагогической деятельности с акцентом на формирование им курса теоретической механики как самостоятельной фундаментальной инженерной дисциплины и создание одноименной кафедры в Императорском Московском Техническом Училище. Отмечается важность взаимодействия с Московским университетом и взаимообогащение в методике изложения курса механики в двух крупнейших высших учебных заведениях России. Приводятся некоторые сведения из истории развития кафедры после Н.Е. Жуковского. Описаны мероприятия, проводимые в память об основателе кафедры.

*Ключевые слова: Жуковский Николай Егорович, теоретическая механика, история механики, методика преподавания, МГТУ им. Н.Э. Баумана, МГУ им. М.В. Ломоносова.*

### **Ученики Н.Е. Жуковского по Московскому университету**

Тюлина И.А., Чиненова В.Н.

*МГУ, Москва, Россия  
E-mail: v.chinenova@yandex.ru*

В докладе на основе архивных данных Музея Н.Е.Жуковского описано, как создавалась школа Жуковского из его учеников по Московскому университету.

Николай Егорович старался оставить в университете наиболее перспективных своих учеников: С.А. Чаплыгина, Г.Г. Аппельрота, Д.Н.

Горячева, И.В. Станкевича, Б.М. Бубекина, И.Н. Веселовского, Л.С. Лейбензона, Н.Н. Бухгольца (приведены ссылки на документы архива).

В тематике специальных курсов, которые читались на физико-математическом факультете, отразились наиболее актуальные научные направления. Позже по проблематике работ этих учеников возникли кафедры отделения механики в Московском университете. Было создано четыре кафедры: теоретической механики, гидромеханики, аэромеханики, теории упругости, у истоков которых стоял Н.Е. Жуковский.

Некоторые из учеников Н.Е.Жуковского работали в востребованных в то время областях народного хозяйства, решая реальные задачи, выдвигаемые практикой, развитием техники. Так В.П. Горячкин по рекомендации Н.Е. Жуковского был направлен на педагогическую работу в Московский сельскохозяйственный институт. Он создал новую отрасль прикладной механики – земледельческую механику. Верный научно-методическим принципам своего учителя, В.П. Горячкин заложил основы высшего агротехнического образования, разработал теорию и конструкции сельскохозяйственных машин. По инициативе В.П. Горячкина и его учеников были организованы научные и учебные сельскохозяйственные институты, Всесоюзная сельскохозяйственная академия.

Н.Е. Жуковский почти 50 лет преподавал в Московском университете и Императорском Московском Техническом училище (будущем МВТУ).

Считая, что «механика должна равноправно опираться на анализ и геометрию», на использование данных опыта и практики, Н.Е. Жуковский предпочитал в преподавании геометрические методы аналитическим, что стало характерной чертой Московской школы механики.

Для преподавания в Московском университете Н.Е. Жуковский привлекал к учебной работе и своих учеников и крупных специалистов по прикладной механике. В 1896г. Н.Е. Жуковским был приглашен Н. И. Мерцалов, будущий крупнейший специалист по прикладной механике. Николай Иванович работал в университете в должности приват-доцента до 1910г. и продолжал читать различные курсы до 1920г. Н.Е.Жуковский привлекал к преподаванию и некоторых сотрудников ЦАГИ: профессоров В.П. Ветчинкина, А.Н. Журавченко, К.К. Баулина и др.

Н.Е. Жуковский учил своих учеников быть не только искусными и проницательными экспериментаторами, но и извлекать из опытных данных исходные положения для построения широких теорий.

*Ключевые слова. Н.Е. Жуковский, Московский университет, высшее образование в России в начале XX в.*

# **Первый искусственный спутник Земли / К 60-летию со дня запуска и 160-летию со дня рождения К.Э. Циолковского /**

Гартиг Е.Б., Обносов К.Б.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

*E-mail: fn3@bmstu.ru*

Доклад посвящен истории запуска Первого искусственного спутника Земли и роли ученых-механиков в осуществлении этого события. Показаны этапы решения задачи о движении тела переменной массы. Особо отражены заслуги К.Э. Циолковского в «исследовании мировых пространств реактивными приборами», решении задачи посадки космического аппарата на поверхность планет, которые лишены атмосферы, теории многоступенчатых ракет и др. Отмечена роль Н.Е. Жуковского в оценке трудов этого ученого-самоучки, внесшего значительный вклад в развитие всей практической космонавтики XX-го века.

*Ключевые слова: К.Э. Циолковский, Н.Е. Жуковский, реактивное движение, ракета, искусственный спутник.*

## **Астрономическая и небесно-механическая тематика в творчестве Н. Е. Жуковского**

Поляхова Е.Н.

*Санкт-Петербургский государственный Университет, Санкт-Петербург, Россия*

*E-mail: pol@astro.spbu.ru*

В докладе дан обзор работ Н.Е.Жуковского по астрономической и небесно-механической тематике. Они были выполнены, опубликованы и обычно доложены Н.Е. Жуковским на научных заседаниях, в основном, в 1881-1903 гг. В докладе исследуются и обсуждаются научные контакты Н.Е.Жуковского с другими учеными, научная атмосфера в России и в Европе в то время. Это был период развития в России интереса к астрономии. Работы по данной тематике выполнялись ученым по ряду направлений. Несколько работ посвящены проблеме определения орбит. В частности, Н.Е.Жуковский исследовал задачу Эйлера-Ламберта определения орбиты по двум радиус-векторам и времени перелета между точками. Отметим, что эти работы стали особенно актуальными в наше время развития космонавтики, особенно для определения межпланетных орбит космического аппарата. Большое внимание Н.Е.Жуковский уделил теории комет. Важными стали его работы по динамике твердого тела, по теории гироскопов, по теории движения тела с полостями, наполненными жидкостью.

*Ключевые слова: Н.Е. Жуковский, астрономия, небесная механика, определение орбиты, задача Эйлера-Ламберта, теория комет, динамика твердого тела, теория гироскопов, тело с полостями с жидкостью.*

## **Деятельность Н. Е. Жуковского как историка механики**

Поляхова Е.Н.

*Санкт-Петербургский государственный Университет, Санкт-Петербург, Россия  
E-mail: pol@astro.spbu.ru*

Среди многочисленных направлений научного творчества Н. Е. Жуковского значительное место занимают его доклады и публикации по истории науки, главным образом - механики. Свои доклады он делал в Московском Математическом Обществе, в Московском университете, на Собраниях Отделения Физических Наук Общества Любителей Естествознания, в Московском Обществе испытателей природы, а также на различных мемориальных заседаниях памяти ученых, его учителей, друзей и коллег по Москве и Петербургу, или на юбилейных торжествах по поводу знаменательных дат деятелей науки - математиков, механиков, физиков. Как историк науки Н. Е. Жуковский выступает в 1887 г. с блестящим докладом по механике Ньютона на заседании по поводу 200-летия выхода Principia Naturalis в 1687 г. В 1891 г. он делает доклад памяти Гельмгольца. На праздновании 40-летия его собственной научной и педагогической деятельности Н. Е. Жуковский в 1911 г. делает подробный доклад о состоянии механики в Московском университете и в России в целом. Большое внимание он уделил анализу творчества М.В.Остроградского и С.В.Ковалевской, что было связано, в частности, с его собственным интересом как ученого к аналитической механике и динамике гироскопа.

*Ключевые слова: Н. Е. Жуковский, история науки, история механики.*

## **«Определение отклонения падающих тел, обусловленного вращением Земли», и вклад в решение этой проблемы И.Н. Веселовского.**

Феоктистова О.П., Чернышева И.Н., Гартиг Е.Б., Гончаров Д.А.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

14 ноября 2017 г. исполняется 125 лет со дня рождения Ивана Николаевича Веселовского. Он является не только известным ученым-механиком, но и историком науки, методистом высшей школы.

Иван Николаевич является выпускником Московского университета, а его дипломной работой, связанной с воздухоплаванием, руководили Н.Е.

Жуковский и В.П.Ветчинкин. С 1921 г. до 1970 г. И.Н. Веселовский читал курсы и вёл практические занятия по теоретической механике в МВТУ на кафедре, созданной его учителем Н.Е. Жуковским. В начале 1920-х годов вместе с другими сотрудниками МВТУ Иван Николаевич принимал участие в работе Государственной комиссии по электрификации России (ГОЭЛРО).

Основным направлением историко-научной работы И.Н. Веселовского были переводы классиков античной и средневековой науки. Он написал известные «Очерки по истории теоретической механики».

В докладе приведено оригинальное решение И.Н. Веселовским задачи определения отклонения падающих тел, обусловленного вращением Земли.

## **Научная и научно-педагогическая деятельность Александра Петровича Котельникова**

Шкапов П.М., Панкратов А.А.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия  
Email: spm@bmstu.ru*

В докладе дается краткий обзор научной и научно-педагогической деятельности доктора наук, профессора, заведующего кафедрой теоретической механики МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1924-1944 г.г. Александра Петровича Котельникова. Приводятся основные сведения из его биографии, а также о научной и педагогической деятельности в Казанском университете, Киевском политехническом институте, Московском высшем техническом училище им. Н.Э. Баумана. Особый акцент сделан на разработанном им «винтовом счислении», раскрытии понятий «кватернион», «бикватернион» и их применении. Показана связь с фундаментальными идеями Н.И. Лобачевского, указаны перспективы использования винтового исчисления в настоящее время. Освещены научно-методические аспекты деятельности А.П. Котельникова в качестве заведующего кафедрой теоретической механики, созданной Н.Е. Жуковским.

*Ключевые слова: теоретическая механика, механика машин, винтовое исчисление, кватернион, бикватернион, А.П. Котельников, МВТУ им. Н.Э. Баумана.*

# **Николай Никитич Никитин – ведущий методист и куратор Всесоюзного факультета повышения квалификации преподавателей (ФПКП) теоретической механики в МВТУ**

Шкапов П.М., Панкратов А.А.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия  
Email: spm@bmstu.ru*

Доклад посвящен лауреату Государственной премии СССР Николаю Никитичу НИКИТИНУ, который был крупным специалистом по аэрогидродинамике, сотрудником ЦАГИ, а затем одним из самых авторитетных профессоров кафедры теоретической механики МГТУ им. Н.Э. Баумана, известным методистом и педагогом высшей школы. По учебнику Н.Н. Никитина «Курс теоретической механики» училось не одно поколение студентов-бауманцев, а его лекции по методике преподавания теоретической механики до сих пор с благодарностью вспоминают слушатели Факультета повышения квалификации преподавателей практически из всех вузов республик Советского Союза.

*Ключевые слова: Николай Никитич Никитин, теоретическая механика, методика преподавания, МВТУ им. Н.Э. Баумана.*

## **Секция 2 МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА**

### **Диссипативные эффекты в стоячих поверхностных волнах**

Калиниченко В.А.

*ИПМех РАН им. А.Ю. Ишлинского, Москва, Россия  
МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия  
E-mail: kalin@iptnet.ru*

Приведены результаты экспериментов по изучению влияния вязкости жидкости на параметры стоячих поверхностных гравитационных волн в вертикально колеблющемся прямоугольном сосуде. Показано, что шестидесятикратное по сравнению с водой увеличение вязкости рабочей среды кардинально изменяет параметры нелинейной второй волновой моды – наблюдается регуляризация волн при полном отсутствии их разрушения. Исследовано влияние вязкости на частотный диапазон параметрического возбуждения волн, резонансные зависимости, процессы выхода колебаний на



стационарный режим и затухания волн. Численный анализ дисперсионного соотношения гравитационно-капиллярных волн показал, что наблюдаемые в эксперименте эффекты связаны с наличием области капиллярной отсечки, где вязкая диссипация становится доминирующим фактором и происходит подавление коротких волн.

*Ключевые слова: вязкая жидкость, параметрический резонанс, стоячие волны, резонансные кривые, декремент, дисперсионное соотношение.*

## **On integration of vortex sheet influence in 3D flow simulation by using vortex methods**

Marchevsky I.K., Shcheglov G.A.

*Bauman Moscow State University, Moscow, Russia  
E-mail: iliamarchevsky@mail.ru, shcheglov\_ga@bmstu.ru*

The original numerical scheme is developed for vortex sheet intensity computation for 3D incompressible flow simulation using meshless Lagrangian vortex methods. It is based on tangential components of the velocity boundary condition satisfaction on the body surface instead of widespread condition for normal components. For the body triangulated surface the corresponding integral equation is approximated by the system of linear algebraic equations, which dimension is doubled number of triangular panels. Vortex layer intensity on the panels assumed to be piecewise-constant. The coefficients of the matrix are expressed through double integrals over the influence and control panels. When these panels have common edge or common vertex these integrals become improper. In order to compute them it is necessary to exclude the singularities, i.e., to split the integrals into regular and singular parts. Regular parts are expressed by smooth functions, so they can be integrated numerically with high precision by using Gaussian quadrature formulae. For singular parts exact analytical integration formulae are derived. The developed approach allows to raise significantly the accuracy of vortex layer intensity computation in vortex method for flow simulation around arbitrary 3D bodies. The test problem of flow simulation around the sphere is considered. The exact analytical solution is known for it, and the developed numerical scheme provides more accurate results in comparison with 'classical' 3D vortex method, especially when non-uniform unstructured triangular meshes are used for bodies surface representation. It allows to use arbitrary triangular mesh on body surface and to refine mesh near sharp edges, what is especially important for flow simulation around bodies with complicated geometry.

*Key words: Vortex methods, 3D flow simulation, incompressible flow, vortex sheet, improper integral, singularity exclusion.*

## 2.1 Аэромеханика

### Оценка влияния пилона на результаты измерения датчика полного давления

Антипова М.С.

*ПАО «Ракетно-космическая корпорация «Энергия» им. С.П. Королева, Королёв, Россия  
E-mail: mayachka\_antipova@yandex.com*

Одним из основных моментов в процессе проведения экспериментальных исследований сопловых течений является измерение давления торможения. Простейшим приемником полного давления может служить Г-образная цилиндрическая трубка - трубка Пито, которая тормозит поток до нулевой скорости. Введение трубки Пито снабженной державкой (пилоном) в поток может привносить дополнительные возмущения, что сказывается на структуре течения, а тем самым и на результатах экспериментальных измерений. Целью данной работы является оценка влияния введенного в поток пилона на характер течения и параметры полного давления. Для проведения расчетных исследований использовался программный комплекс FloEFD.

Объектом исследования выбран клиновидный пилон с выступающей вперед цилиндрической трубкой. Варьировалась длина трубки: минимальная длина цилиндрической трубки составляет 2,2 калибра (отношение длины трубки к ее диаметру), максимальная – 8 калибров.

Данная работа состоит из двух основных этапов: 1. Оценка влияния области возмущения при введении пилона в равномерный дозвуковой, трансзвуковой, сверхзвуковой потоки с учетом варьирования длины цилиндрической трубки; 2. Оценка влияния возмущений на структуру соплового течения, а также сравнительный анализ полученных результатов с параметрами свободной затопленной струи.

По результатам проведенных исследований выявлено следующее: с увеличением числа Маха область возмущений, возникающая при столкновении потока с пилоном, уменьшается, а при переходе на сверхзвуковой режим практически исчезает; пилон оказывает наиболее сильное влияние на поток при околосопловых скоростях, однако при увеличении длины цилиндрической трубки на несколько калибров влияние возмущений можно снизить более чем на 10%.

*Ключевые слова: давление торможения, трубка Пито, сопловое течение, компьютерное моделирование.*

# О сверхзвуковом обтекании кольцевых каверн под углом атаки

Гувернюк С.В., Зубков А.Ф., Симоненко М.М.

*НИИ механики МГУ, Москва, Россия*

*E-mail: sim1950@mail.ru*

Конструктивные элементы в виде кольцевых выемок (каверн) на поверхности осесимметричных тел часто встречаются на объектах аэрокосмической и ракетной техники. Несмотря на относительно простую форму таких элементов при их сверхзвуковом обтекании формируется сложное отрывное течение. Типичные исследования сверхзвукового обтекания осесимметричных тел с кольцевыми выемками ограничивались в основном изучением двумерного (осесимметричного) режимов течения. Под углом атаки условия обтекания осесимметричных тел существенно меняются. Повышенное давление на наветренной стороне поверхности тела приводит к возникновению сходящегося на подветренной стороне течения, при этом в кольцевой выемке реализуются более сложные режимы течения.

Целью работы являлось экспериментальное изучение особенностей трехмерного сверхзвукового обтекания осесимметричных тел с кольцевыми выемками под углом атаки. Такие исследования представляют интерес не только для фундаментальной науки, но и имеют важное прикладное значение, как при выборе оптимальных конструктивных схем, так и при разработке способов управления режимами обтекания тел с кольцевыми выемками на поверхности.

Экспериментальная модель содержала цилиндрический корпус диаметром  $D=64$  мм. На корпусе соосно установлен цилиндрический стержень диаметром  $d=45$  мм. На свободном конце стержня устанавливался конический наконечник с диаметром основания  $D$ . Высота кольцевой выемки, образованной боковой поверхностью стержня и поверхностью корпуса, была  $h=9.5$  мм. Протяженность выемки  $L$  варьировалась в диапазоне  $6-18 h$ .

Эксперименты проведены в аэродинамической трубе А-8 НИИ механики МГУ при числе Маха  $M=2.5$ . Рабочая среда – воздух с температурой торможения  $270-275$  К. Полное давление потока  $0.34$  МПа. Единичное число Рейнольдса в рабочей части трубы  $Re_1 = 35$  млн  $m^{-1}$ . В ходе эксперимента осуществлялось непрерывное изменение (в сторону увеличения и в сторону уменьшения) угла атаки в диапазоне  $\alpha=0-16^\circ$ . Производилась видеорегистрация шпирен-изображений картин течения, а также регистрировалось статическое давление на стенке заднего уступа каверны. Осуществлялось измерение действующих на модель аэродинамических сил и моментов.

В исследованном диапазоне изменения  $L$  и  $\alpha$  идентифицирована перестройка течения от замкнутой (открытой) схемы к комбинированной схеме обтекания каверны и обратно. Оценены размеры области гистерезиса при

переходах режимов обтекания. Определена динамика изменения сил при таких переходах.

Выявленные особенности обтекания осесимметричных тел с кольцевыми кавернами следует учитывать при проектировании элементов летательных аппаратов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 15-01-99623).

*Ключевые слова:* кольцевая каверна, сверхзвуковой поток, угол атаки, аэродинамический гистерезис.

## **Метод вихревых петель в задачах пространственного обтекания тел**

Дергачев С.А.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

При взаимодействии тел с дозвуковым потоком жидкости или газа малой вязкости гидродинамические нагрузки в основном определяются циркуляцией потока, вызванной обтеканием. Корректность результатов моделирования определяется корректностью моделирования завихренности в потоке.

По теореме Гельмгольца вихрь не может обрываться в среде, а опирается на границы среды или замкнут на себя. Известны, например, вихревые жгуты, образующиеся при обтекании крыла и связь интенсивностей жгутов с подъемной силой крыла. Имеющиеся данные о физическом поведении вихрей говорят о том, что математическая модель завихренности может быть построена как набор кривых линий, перемещающихся и деформирующихся под действием поля скоростей.

Среди бессеточных вихревых методов наиболее известны: метод вихревых элементов (МВЭ) и метод дискретных вихрей (МДВ). В МДВ вихревой след моделируется поверхностью, состоящей из вихревых рамок, которые сходят в заранее определенной линии на поверхности тела. В МВЭ вихревой след моделируется с помощью вихревых отрезков, каждый из которых не связан с остальными, а условие соленоидальности выполняется замыканием линий посредством дополнительной завихренности. Данное допущение приводит к формированию распределенной в пространстве завихренности, которая может вносить существенные погрешности в расчет. При этом вихревые элементы создаются по всей поверхности тела на ребрах панелей, и линии схода заранее задавать не требуется (в отличие от МДВ).

В настоящей работе предлагается новый бессеточный вихревой метод – метод вихревых петель (МВП). В МВП в качестве расчетной модели завихренности используются замкнутые ломаные линии, состоящие из вихревых отрезков[1]. Поверхность тела в потоке моделируется набором панелей (как и в других вихревых бессеточных методах). Геометрия петель на

поверхности определяется граничными условиями при обеспечении условия непротекания [2].

В докладе показано качественное и количественное совпадение результатов расчета обтекания тел с известными экспериментальными данными.

### **Список литературы**

1. *Weißmann, S., Pinkall, U.* Filament-based smoke with vortex shedding and variational reconnection. // ACM Trans. Graph. 29, 4, Article 115 (July 2010), 12 p
2. *С.А. Дергачев, Г.А. Щеглов.* Моделирование обтекания тел методом вихревых элементов с использованием замкнутых вихревых петель// Научный вестник МГТУ ГА, 2016. № 223(1). С.19-25.

## **Горение смесей с высоким содержанием водорода в двигателе с искровым зажиганием при различных составах и углах опережения зажигания**

Зайченко В.М., Иванов М.Ф., Смыгалина А.Е.

*ОИВТ РАН, Москва, Россия  
E-mail: anna.smygalina@gmail.com*

С целью исследования процессов горения топлив с высоким содержанием водорода в двигателе с искровым зажиганием выполнены эксперименты по сгоранию предварительно перемешанных смесей водород/воздух и водород (90%, об.)/метан (10%, об.)/воздух при различных коэффициентах избытка воздуха  $\lambda$  (от 1,4 до 3,0), а для смесей с метаном – при различных углах опережения зажигания. Выбраны следующие основные параметры используемого двигателя: двигатель 6-цилиндровый, скорость вращения коленчатого вала 1500 об/мин, степень сжатия 11,4, рабочий объем одного цилиндра 1,187 л. Угол опережения зажигания водородо-метановых смесей составлял 0 и 2,5 градусов угла поворота коленчатого вала ( $^{\circ}$  у.п.к.в.) до верхней мёртвой точки (ВМТ), смесей чистого водорода -  $0^{\circ}$  у.п.к.в. В экспериментах проведено индицирование давления и на основе полученных индикаторных диаграмм определены основные выходные параметры работы двигателя: максимальное давление и угол поворота коленчатого вала, соответствующий достижению максимального давления, индикаторное давление и индикаторный КПД. Сгорание смеси водород/воздух с коэффициентом избытка воздуха 1,4 привело к возникновению обратных вспышек, поэтому дальнейшее увеличение концентрации водорода в смеси не проводилось. Сгорание смесей с метаном оказалось более эффективным при использовании более раннего зажигания во всём диапазоне используемых коэффициентов избытка воздуха: все выходные параметры в этих условиях близки к тем, которые получаются при сгорании чистого водорода. Значения

индикаторного КПД варьируются для всех проведённых экспериментов от 31,4% до 37,1%, при этом зависимость КПД от коэффициента избытка воздуха очень слабая. Наибольшие значения полезной работы и индикаторного КПД во всём диапазоне  $\lambda$  получены при сгорании смесей с метаном и зажигании при  $2,5^\circ$  у.п.к.в. до ВМТ. В работе проведено математическое моделирование второго и третьего тактов двигателя, включающих сгорание, для смеси водород/воздух с коэффициентом избытка воздуха 1,5. Моделирование проводилось в двумерной постановке в приближении аксиальной симметрии с учетом геометрических параметров камеры и поршня, используемых в эксперименте, а также параметров двигателя и условий проведения эксперимента. Получено хорошее согласие теоретической и экспериментальной индикаторных диаграмм, что может быть использовано в дальнейшем для анализа влияния различных условий на выходные параметры работы двигателя. Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №15-08-02860.

*Ключевые слова: двигатель с искровым зажиганием, горение, водород, метан.*

## **Экспериментальное исследование одно и двухканальной схемы устройства безмашинного энергоразделения (температурного разделения) сжимаемого газового потока**

Здитовец А.Г., Леонтьев А.И., Виноградов Ю.А., Стронгин М.М.,  
Киселев Н.А.

*НИИ механики МГУ, Москва, Россия  
E-mail: zditovets@mail.ru*

Под термином «энергоразделение» или «безмашинное энергоразделение» понимается в общем случае перераспределение полной энтальпии в потоке газа без совершения им или над ним технической работы и без теплообмена с окружающей средой. Данный эффект лежит в основе устройств безмашинного энергоразделения газового потока, т.е. разделения потока на «холодную» и «горячую» части. Наиболее распространенные среди них - вихревые трубы Ранка-Хилша и резонансные трубы Гартмана-Шпренгера. Их безусловными достоинствами по сравнению с машинными методами являются: простота изготовления, высокая надежность, низкая инерционность, отсутствие систем смазки, возможность работать в широком диапазоне температур рабочего тела. Недостатки: существенно меньший термический КПД и высокие потери полного давления на выходе у горячего и холодного потоков.

В работе (Докл. РАН. 1997. Т.354. № 4) был предложен новый метод энергоразделения газового потока, позволяющий существенно снизить потери полного давления у одного из двух образующихся (холодного и горячего) потоков. Он основан на известном газодинамическом эффекте –

перераспределения температуры торможения (в общем случае полной энтальпии) в пограничном слое сжимаемого газа из-за дисбаланса между потоками тепла, выделяющимися за счет трения у обтекаемой поверхности и отводимыми теплопроводностью в основной поток.

Настоящая работа является развитием экспериментальных исследований данного метода, которые проводятся в НИИ механики МГУ с 2012 г. Ее цель - повысить эффективность метода за счет перехода от стандартной одноканальной схемы устройства к двухканальной. Что должно привести к существенному снижению потерь полного давления при умеренном снижении температурного разделения.

При одноканальной схеме энергоразделение происходит в устройстве идентичном теплообменному аппарату типа «труба в трубе», с той особенностью, что по внутреннему каналу поток движется со сверхзвуковой скоростью, а по внешнему с дозвуковой. При этом на входе в устройство потоки имеют одинаковую начальную температуру торможения. В двухканальной схеме устройство напоминает кожухотрубный ТА в котором по трубкам поток движется со сверхзвуковой скоростью, а в кожухе с дозвуковой. В обеих схемах массовый расход, начальная температура и скорость газа в сверхзвуковых каналах устройств поддерживались одинаковыми. При проведении экспериментального исследования каждой отдельной схемы варьировался, массовый расход воздуха по дозвуковой части, а также наличие/отсутствие интенсификаторов теплообмена в дозвуковом канале.

В результате показано, что использование двухканальной схемы позволяет снизить потери полного давления в два раза при снижении энергоразделения (разности между температурами газа на входе и на выходе из устройства) на 30%, при этом общая эффективность метода возрастает на 80%.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №14-19-00699.

*Ключевые слова:* энергоразделение, температурное разделение, газодинамическая температурная стратификация.

## **V-образные крылья с центральным телом в сверх- и гиперзвуковом потоках**

Зубин М.А.<sup>1</sup>, Максимов Ф.А.<sup>1,2</sup>, Остапенко Н.А.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

<sup>2</sup>Институт автоматизации проектирования РАН, Москва

E-mail: zubinma@mail.ru, f\_a\_maximov@mail.ru, ostap@imec.msu.ru

Представлены результаты численного исследования структуры течения около V-образных крыльев с центральным телом в рамках модели идеального газа при числах Маха 3 и 6 на режимах с ударной волной, присоединенной к передним кромкам. Приведены данные для крыла с углом раскрытия 80° и углом при вершине консолей 45° при различных значениях полуугла  $\nu$  конуса в

качестве центрального тела, таких, чтобы головная ударная волна при различных углах атаки и скольжения оставалась присоединенной к передним кромкам. Определены величины полуугла конуса  $\nu$ , когда в ударном слое при симметричном обтекании тела возникают невязкие вихревые структуры – вихревые особенности Ферри. Установлено, что их возникновение и существование хорошо согласуются с полученными ранее критериями, связанными с величинами интенсивности контактных разрывов, исходящего из точек ветвления головной ударной волны, и числа Маха компоненты скорости невозмущенного потока, нормальной лучу конической системы координат, проходящему через ту же точку ветвления ([Зубин М.А., Максимов Ф.А., Остапенко Н.А. ДАН. Т.434. №3. С.282-288.]).

Течение около крыла с центральным телом имеет свои особенности. При увеличении угла конуса, несмотря на выполнение критериев существования вихревых структур, вихревые особенности Ферри исчезают. Это, как показал анализ, связано с тем, что при увеличении тела вытеснения – угла конуса две точки ветвления головной ударной волны приближаются к передним кромкам настолько, что контактные разрывы начинают попадать в соответствующие окрестности точек излома поперечного контура тела, где реализуется повышенное давление, близкое к его величине в критических точках. Торможение частиц газа по обе стороны контактных разрывов в указанных областях приводит к сближению их полных давлений на сфере, и, следовательно, к невыполнению одного из критериев, определяющих наличие вихревых структур в ударном слое.

Для крыла с углом раскрытия  $180^\circ$  и углом при вершине консолей  $90^\circ$  (полуконус на пластине) для режимов с присоединенной головной ударной волной определены величины значений углов полуконуса  $\nu$ , атаки  $\alpha$  и скольжения, при которых появляются невязкие вихревые структуры. Подтверждена возможность их прогнозирования с помощью ранее установленных критериев.

Изучено влияние конуса на аэродинамическое качество его компоновки с V-образным крылом при числе  $M=6$ . Установлена существенная зависимость геометрии тела от коэффициента подъемной силы. Компоновка с ростом коэффициента подъемной силы может содержать центральное тело и иметь угол раскрытия V-образного крыла  $\gamma > \pi$ , быть плоским треугольным крылом и V-образным крылом с  $\gamma < \pi$ .

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект № 15-01-02361).



# **Иерархия подходов к приближенному решению интегрального уравнения для интенсивности вихревого слоя при расчете обтекания профилей произвольной формы**

Кузьмина К.С., Марчевский И.К., Рятина Е.П.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*  
*E-mail: kuz-ksen-serg@yandex.ru, iliamarchevsky@mail.ru, evgeniya.ryatina@yandex.ru*

Построена иерархия расчетных схем для численного решения граничного интегрального уравнения, возникающего в вихревых методах вычислительной гидродинамики при моделировании обтекания профиля несжимаемой средой. В основу построения расчетных схем положены идеи метода Галеркина. Решение представлено в виде кусочно-постоянного либо кусочно-линейного распределения, обтекаемый профиль при этом аппроксимируется прямолинейными отрезками-панелями. Построенные схемы применимы для расчета обтекания произвольных профилей; возможно их обобщение на случай моделирования обтекания подвижных и деформируемых профилей и решения сопряженных задач гидроупругости.

Наиболее точные из предложенных схем обеспечивают второй порядок точности при определении интенсивности вихревого слоя на профиле, при этом схема, обеспечивающая наибольшую точность (схема типа МКЭ с выделением разрыва решения), позволяет получить качественно правильное решение – непрерывное там, где непрерывно точное решение, и разрывное в точках разрыва точного решения, и при этом является экономичной: размер матрицы системы линейных уравнений оказывается близким к числу панелей, аппроксимирующих контур обтекаемого профиля.

*Ключевые слова: вихревой метод, завихренность, интегральное уравнение, метод Галеркина, разрывное решение.*

## **Экспериментальное исследование аэродинамических характеристик тонких конических и цилиндрических оболочек в дозвуковом потоке**

Луценко А.Ю., Назарова Д.К.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*  
*E-mail: aulutsenko@mail.ru, dknazarova@mail.ru*

В настоящее время в связи с интенсивным освоением территорий довольно остро стоит проблема уменьшения районов падения отделяемых от

ракет-носителей элементов. К отделяемым элементам относятся ступени ракет-носителей, створки обтекателей, переходные и хвостовые отсеки. Наибольшие районы падения имеют створки обтекателей, представляющие собой тонкие оболочки цилиндрической и конической форм. Для точного прогнозирования и уменьшения районов падения необходимо знать аэродинамические характеристики (АДХ) таких оболочек в широком диапазоне скоростей.

Проведены экспериментальные исследования АДХ тонких круговых и разрезных оболочек конической и цилиндрической форм в дозвуковой аэродинамической трубе МГТУ им. Н.Э.Баумана. Рассмотрено круговое обтекание оболочек потоком со скоростью  $V = 25$  м/с и числом Рейнольдса  $Re \approx 1,7 \cdot 10^5$ . АДХ определялись при помощи шестикомпонентных тензометрических весов. В рабочей части аэродинамической трубы модели устанавливались на тонкой державке, влияние которой учитывалось при обработке результатов эксперимента и в дальнейших расчетах.

Для верификации полученных результатов проведено математическое моделирование обтекания в пакете OpenFoam, получены АДХ оболочек и картины течения. Результаты моделирования и эксперимента совпадают с удовлетворительной точностью, а картины течения дополняют экспериментальные данные.

АДХ полых тел отличаются от АДХ соответствующих сплошных тел, аэродинамика которых хорошо изучена. В случае конических круговых оболочек различие АДХ полого и сплошного конусов незначительно при обтекании со стороны носка, а в случае цилиндрических круговых оболочек – при углах атаки, близких к  $90^\circ$ . АДХ разрезных оболочек значительно отличаются от характеристик соответствующих сплошных тел во всем исследованном диапазоне углов атаки.

Зависимости АДХ от угла атаки разрезных цилиндрических и конических оболочек при обтекании со стороны вогнутой поверхности по характеру схожи с зависимостями плоских прямоугольных и треугольных пластин соответственно, но численные значения отличаются. Существенно влияние угла раскрытия оболочки. Значения аэродинамических коэффициентов разрезных оболочек по модулю при обтекании с вогнутой стороны больше, чем при обтекании со стороны выпуклой поверхности.

Полученные экспериментальные данные и результаты моделирования могут быть использованы для прогнозирования траекторий падения отделяемых элементов различной формы, а также для разработки способов уменьшения районов падения посредством применения методов пассивной аэродинамической стабилизации.

*Ключевые слова: аэродинамические характеристики, ракета-носитель, отделяемые элементы, цилиндрические оболочки, конические оболочки, аэродинамическая труба, дозвуковой поток, угол атаки.*

# **Вибратор Ландау – Лифшица в уравнениях газовой динамики**

В.М.Овсянников

*Московский филиал ГУМРФ, Москва, Россия  
Ноябрьский филиал Тюменского индустриального ун-та, Ноябрьск, Россия  
E-mail: OvsyannikovVM@yandex.ru*

Л.Д.Ландау и Е.М.Лифшицем установлено, что при использовании метода акустической аналогии Лайтхилла конвективные члены уравнения движения газовой динамики проникают в неоднородную часть волнового уравнения и приводят к генерации звука и автоколебаний, не связанных с внешними воздействиями на поток. Ими выведено волновое уравнение из системы уравнений газовой динамики без привлечения посторонних соотношений и оно может иметь одинаковое с системой уравнений газовой динамики решение. Это неоднородное волновое уравнение можно рассматривать вибратором, раскачивающим как аналитическое решение, так и решение численными методами задач обтекания тел потоком газа.

*Ключевые слова: конвективные члены уравнения движения, автоколебания, неоднородное волновое уравнение, метод акустической аналогии.*

## **Численное исследование особенностей обтекания отсека крыла с системой тангенциального выдува струи на закрылок**

Павленко О.В., Пигусов Е.А

*ФГУП «ЦАГИ», Жуковский, Россия*

За последние 50 лет в мире накоплен значительный опыт в изучении струйной аэродинамики крыльев. В основном это результаты экспериментальных исследований в аэродинамических трубах, но с развитием компьютерных технологий увеличивается доля численных исследований.

В настоящей работе рассмотрена задача численного моделирования тангенциального выдува высокоскоростной струи на поворотный нещелевой закрылок для подавления отрыва потока. Целью моделирования являлось исследование особенностей обтекания отсека крыла с системой тангенциального выдува струи на закрылок с учетом влияния стенок рабочей части аэродинамической трубы. Численное исследование было проведено с использованием программы ANSYS FLUENT, основанной на решении осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса. Для оценки

достоверности полученных результатов проведена валидация с использованием результатов экспериментальных исследований.

Объектом исследования являлась модель отсека крыла с нещелевым закрылком, на который тангенциально выдувалась высоконапорная струя воздуха, установленная между стенками закрытой рабочей части аэродинамической трубы. В расчетах, как и в эксперименте, для чисел Маха  $M \approx 0.13$  и Рейнольдса  $Re = 3.78 \cdot 10^6$  варьировался коэффициент импульса выдуваемой струи  $C_\mu$ .

В результате численных исследований показана удовлетворительная сходимость результатов расчета с экспериментальными величинами коэффициентов подъемной силы, момента тангажа и распределения коэффициента давления по сечению профиля с отклоненным закрылком при углах его отклонения  $\delta_3 = 20^\circ$  и  $60^\circ$ , а также изменения интенсивности выдува струи в исследованном диапазоне  $C_\mu = 0 \div 0.1$ .

Таким образом, была получена пространственная картина обтекания отсека крыла с системой тангенциального выдува струи на закрылок с учетом влияния стенок рабочей части аэродинамической трубы. Выявлены особенности физической картины течения при подавлении отрыва потока на нещелевом закрылке, и, в частности, наличие отсоединенного отрыва, который существует на некотором расстоянии позади от закрылка в виде области возвратного течения над поверхностью закрылка отделенного от неслоем безотрывного течения.

Проведенное расчетное исследование дополнило экспериментальную информацию, позволило получить распределение давления по всей поверхности крыла и объемную картину обтекания крыла с системой тангенциального выдува струи на закрылок, а также показало влияние на обтекание отсека крыла стенок аэродинамической трубы.

## **Численное исследование влияния модифицированной законцовки крыла на аэродинамические характеристики самолета**

О.В. Павленко, А. М. Раздобарин

*ФГУП «ЦАГИ», Жуковский, Россия*

Известно, что для улучшения аэродинамических характеристик несущих поверхностей используются различные устройства, устанавливаемые на концах крыла. Наиболее часто этими устройствами являются так называемые концевые крылышки, позволяющие существенно увеличить аэродинамическое качество летательного аппарата. Эти крылышки могут устанавливаться на конце крыла в плоскости, близкой к вертикальной, и выполняют в этом случае роль концевых шайб, позволяя приблизить закон распределения нагрузки по крылу к постоянному[1].

Использование на крыле концевых аэродинамических поверхностей специальной формы позволяет увеличить аэродинамическое качество с минимальным увеличением изгибающего момента и соблюдением требуемых габаритных размеров крыла.

Физической причиной увеличения аэродинамического качества является ослабление интенсивности концевых вихрей, приводящее к снижению диссипации энергии, использование эффекта "подсасывающей силы" на законцовках и возможность достижения оптимального распределения циркуляции по размаху крыла.

На практике применяются вертикальные законцовки крыла разного вида, дельтовидные законцовки, а в последнее время – горизонтальные законцовки крыла, плавно изогнутые в виде акульевого плавника ("шарклеты")[2].

В данной работе приведены некоторые результаты численного исследования модифицированной законцовки крыла, форма которой плавно изогнута вверх и совмещает в себе оба типа вертикальных и горизонтальных концевых поверхностей. Численное исследование проведено при числах  $M = 0.85$  и  $Re = 3.6 \cdot 10^6$  при помощи пакета программ ANSYS CFD, основанных на решении осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье – Стокса.

Согласно расчетам, модифицированная законцовка крыла увеличивает подъемную силу, уменьшает сопротивление и повышает аэродинамическое качество модели самолета, а также увеличивает момент тангажа на пикирование.

### **Список литературы**

1. *Б.Н. Бурцева, Е.С. Вожаев, М.А. Головкин, Е.В. Головкина, В.П. Горбань* «Влияние на аэродинамику крыла и несущего винта установки небольших концевых крылышек» // Ученые записки ЦАГИ Т. XXXVI, № 3 – 4, 2005
2. *В.И. Шевяков* «Способы совершенствования воздушных судов в целях сохранения конкурентоспособности на перспективу» // Научный вестник МГТУ ГА, № 212, 2015

## **К теории дробления заряженной капли в потоке.**

Сергеев М.Н.

*Рыбинский государственный авиационный технический университет имени П.А. Соловьева,  
Рыбинск, Россия*

*E-mail: mihail\_sergeev@mail.ru*

Распыливание жидкости используется во многих технических устройствах, в частности, является важнейшим звеном в работе тепловых двигателей, работающих на жидком топливе. Дробление струи на капли происходит в форсунках. Далее капли могут испытывать вторичное дробление при аэродинамическом взаимодействии с окружающим их газовым потоком. Облегчить процесс вторичного дробления можно, если каплю зарядить

электрическим зарядом. Если жидкость, из которой состоит капля, является проводником, то заряд распространится по поверхности капли и силы Кулоновского отталкивания будут направлены против силы поверхностного натяжения. Это обстоятельство и является физической причиной облегчения распада капли.

При определении устойчивости капли используется метод, суть которого состоит в том, что капля считается находящейся в равновесии, если давление внутри нее в точках на большой и малой полуосях эллипса равны. Капля при этом полагается имеющей форму сфероида (сплюснутый эллипсоид). Далее из условия равновесия определяется число Вебера.

При некотором критическом значении числа  $We$ , которое определяется по характеру зависимости  $We$  от соотношения между полуосями эллипсоида, капля становится неустойчивой и происходит ее распад. Определение этого числа и зависимости его от величины заряда капли и составляет цель данной работы.

Влияние заряда капли математически выражается через число  $Se$ , которое равно отношению давлений обусловленных электростатическим отталкиванием и поверхностным натяжением.

Результаты расчетов показали, что при изменении числа  $Se$  от 0 до 1 критическое число Вебера меняется от 3.75 до 2.96, соответствующее изменение соотношения между осями эллипсоида более значительное от 5.97 до 13.55. Таким образом, наличие заряда на поверхности капли влияет двояким образом. С одной стороны уменьшается предельное аэродинамическое воздействие, приводящее к дроблению капли, с другой стороны равновесное значение отношения полуосей эллипсоида увеличивается и становится трудно достижимым, что также способствует дроблению.

*Ключевые слова: равновесие, капля, электрический заряд, дробление.*

## **Проектирование входного устройства для летательных аппаратов больших сверхзвуковых скоростей на основе пространственного течения в угловом теле**

Толмачев В.И.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

*E-mail: tolmvi@mail.ru*

Интерес к исследованию способов повышения эффективности торможения сверхзвукового потока во входных устройствах связан с разработкой и созданием гиперзвуковых летательных аппаратов.

Большой резерв в улучшении характеристик входных устройств лежит в использовании входных устройств с пространственным торможением потока. Создание пространственной системы слабых скачков уплотнения во входных устройствах позволяет, с одной стороны, получить безотрывное течение в

канале, а с другой стороны уменьшить длину, площадь омываемой поверхности, тепловые потоки и вес входного устройства.

Предложен способ организации пространственного сжатия сверхзвукового потока с передней кромки входного устройства в скачках, возникающих при обтекании двух пересекающихся под произвольным углом плоскостей.

Предложенная схема торможения сверхзвукового потока позволяет организовать течение с меньшим градиентом давления у стенки и с большим в ядре потока, что способствует получению безотрывного течения на участках сжатия меньшей длины.

Расчеты параметров потока при пересечении скачков и при пересечении скачка с твёрдой поверхностью в трёхмерных течениях основаны на точных аналитических соотношениях для косоугольного скачка уплотнения.

*Ключевые слова: входное устройство, скачок уплотнения, угловое тело.*

## **Влияние формы сверхзвукового канала на эффект безмашинного энергоразделения потока сжимаемого газа**

Хазов Д.Е., Леонтьев А.И., Виноградов Ю.А.

*НИИ Механики МГУ, Москва, Россия*

*E-mail: dkhazov@mail.ru*

Рассматривается работа устройства, реализующего безмашинное энергоразделение потоков сжимаемого газа. Устройство представляет собой теплообменный аппарат типа «труба в трубе», по внутреннему цилиндрическому каналу движется поток со сверхзвуковой скоростью, а по внешнему кольцевому — с дозвуковой. Без использования каких-либо движущихся частей происходит энергоразделение основного потока на холодный (дозвуковой) и горячий (сверхзвуковой) потоки.

Предложены одно- и двумерные математические модели устройства. Проведена валидация предложенных моделей в широком диапазоне изменения параметров.

На базе разработанных моделей определено влияние формы сверхзвукового канала на эффект энергоразделения. Получены оптимальные, с точки зрения максимального эффекта при одинаковых начальных полных давлениях и температурах и массовых расходах, контуры сверхзвуковой части устройства.

*Ключевые слова: энергоразделение, коэффициент восстановления температуры, сверхзвуковой поток, сжимаемый пограничный слой.*

## 2.2 Гидромеханика

### **The structure of the flows near a strip slowly moving along a rigid surface in a stratified fluid.**

R.N. Bardakov

*Institute for Problems in Mechanics of the RAS, Moscow, Россия  
E-mail: bard@ipmnet.ru*

The aim of this paper is to construct and analyze the exact solution of the completely linearized problem of generation of attached internal waves by a uniformly moving strip in a viscous exponentially stratified liquid. The structure of the solution is analyzed and visualized with computer methods. A comparison is made with experiment and with the results of computer calculations.

*Key words: exact solution, internal waves, stratified fluid.*

### **Фундаментальные проблемы моделирования волновой динамики стратифицированных сред**

Булатов В.В., Владимиров Ю.В.

*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия  
E-mail: internalwave@mail.ru*

Доклад посвящен изложению фундаментальных проблем волновой динамики природных стратифицированных сред (океан, атмосфера Земли). Изложены основные математические модели, описывающие процессы возбуждения, распространения внутренних гравитационных волн в стратифицированных по вертикали, неоднородных по горизонтали и нестационарных средах. Представлены разработанные асимптотические методы, являющиеся обобщением пространственно-временного лучевого метода (метода геометрической оптики). Проведено сравнение получаемых аналитических результатов с данными натурных измерений гидрофизических полей. Универсальный характер разработанных асимптотических методов моделирования позволяет эффективно рассчитывать волновые поля и качественно анализировать полученные решения, что дает возможности анализа волновых картин в целом, правильной постановки математических моделей волновой динамики и проведения экспресс оценок при натурных измерениях волновых полей в реальных природных стратифицированных средах.

*Ключевые слова: стратифицированная среда, внутренние гравитационные волны, волновая динамика, асимптотические методы, метод геометрической оптики.*



# Эффекты воздействия двухслойного потока на обтекаемое препятствие

Владимиров И.Ю.<sup>1</sup>, Корчагин Н.Н.<sup>1</sup>, Савин А.С.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, Москва, Россия*

<sup>2</sup> *МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

*E-mail: iyuvladimirov@rambler.ru, e-niknik@mail.ru, assavin@list.ru*

Получены выражения для гидродинамической нагрузки на препятствие при его циркуляционном обтекании потоком двухслойной жидкости конечной глубины. В качестве подводного препятствия рассматривался горизонтальный элемент инженерной конструкции (например, транспортного трубопровода), смоделированный точечным диполем. Рассмотрены варианты локализации диполя как в верхнем, так и в нижнем слоях потока. Исследованы зависимости волнового сопротивления и подъемной силы от скорости потока и циркуляции. Приведены примеры численных расчетов для реальных морских условий. Показано, что учет циркуляции может значительно изменить величину гидродинамической реакции, действующей на диполь. Выявлены особенности в характере изменения гидродинамических реакций на обтекаемое препятствие, а также условия их значительного усиления. Обнаружен эффект резкого (реверсивного) изменения направления действия подъемной силы в относительно узком диапазоне скорости обтекания моделируемого диполем трубопровода. Данный эффект необходимо учитывать при проектировании подводных инженерных конструкций в морской среде и на дне моря.

*Ключевые слова: подводный трубопровод, придонные стратифицированные течения, волновое сопротивление, подъемная сила, циркуляционное обтекание.*

## Экспериментальное и теоретическое исследования колебаний слоистой жидкости

Вин Ко Ко, Темнов А.Н.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

*E-mail: win.c.latt@gmail.com*

В настоящее время задача о движении твердого тела, имеющего полость наполненную жидкостью, является классической задачей механики. Впервые подобная задача была рассмотрена Н. Е. Жуковским и опубликована в работе [1]. Современные достижения в ракетно-космической технике, криогенной промышленности и газовой индустрии требуют исследования более общей задачи о движении тел, содержащих сложные жидкие среды. Одной из таких

проблем является задача о движении твердого тела, имеющего полость заполненную слоистой жидкостью.

В предлагаемом докладе рассматривается задача о малых движениях жидкостей и движении твердого, имеющего круговую цилиндрическую полость, целиком заполненную тремя несжимаемыми идеальными жидкостями.

В предположении безвихревого движения жидкости сформулированы краевые задачи и получены решения для потенциалов смещений частиц жидкостей. Используя уравнения Лагранжа 2-ого рода, получены уравнения движения гидромеханической системы. Показано отличие движения твердого тела, имеющего полость с жидкостями от случая, рассмотренного Н. Е. Жуковским.

Рассмотрены задачи о собственных колебаниях жидкостей в неподвижном баке и движении твердого тела жидкостями. Приведены формулы, определяющие собственные частоты и формы колебаний.

В докладе приводятся также результаты экспериментального исследования движения твердого тела и жидкостей.

Результаты работы могут быть использованы при проектировании космических танкеров и космических орбитальных заправочных станций.

*Ключевые слова: твердое тело, жидкость, собственные частоты, формы колебаний.*

## Список литературы

1. Жуковский Н. Е. О движении твердого тела, имеющего полости, наполненные однородной капельной жидкостью. Избр. соч., т. I. 1955.

## Расчет обтекания двумерного клина в режиме перехода от свободного к вынужденному движению

Димитриева Н.Ф.<sup>1</sup>, Чашечкин Ю.Д.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт гидромеханики НАНУ, Киев, Украина;

<sup>2</sup>Институт проблем механики им. А.Ю.Ишлинского, Москва, Россия

E-mail: dimitrieva@list.ru, chakin@ipmnet.ru

Изучается механизм формирования течения устойчиво стратифицированной жидкости около клина. Предложена математическая модель и метод численной реализации, позволяющие одновременно изучать все элементы внутренне многомасштабных стратифицированных течений. Показано влияние краевых эффектов на структуру течения. Дефицит давления в примыкающих струйных течениях формирует интегральную силу, вызывающую самодвижение свободного клина вдоль горизонта нейтральной плавучести в устойчиво стратифицированной среде в направлении вершины. Прослежена трансформация поля возмущений среды при начале вынужденного медленного движения клина на горизонте нейтральной плавучести.

Визуализирована сложная структура полей различных физических величин и их градиентов, определены собственные временные и пространственные масштабы компонент течения. Результаты вычислений согласуются с данными лабораторных экспериментов, выполненных на стендах уникальной установки УНУ "ГФК ИПМех РАН.

*Ключевые слова: стратифицированная жидкость, индуцированные диффузией течения, самодвижение, вихревой след, внутренние волны.*

## **Зависимость аэродинамических сил, действующих на тело в вязкой несжимаемой жидкости, от генерации завихренности на его поверхности**

Дынникова Г.Я.

*МГУ имени М.В.Ломоносова, Москва, Россия, НИИ механики  
E-mail: dyn@imec.msu.ru*

Выражение аэродинамических сил, через потоки завихренности наиболее актуально в вихревых методах, где расчет течения производится на основе уравнения эволюции завихренности без участия поля давления. Эти выражения также могут быть полезны при расчете течений в естественных координатах для проверки точности полученных результатов

В данной работе уравнение эволюции завихренности, вытекающее из уравнений Навье-Стокса для трехмерных вязких течений несжимаемой жидкости, представлено в дивергентной форме. Частная производная завихренности по времени выражена в виде дивергенции тензора, названного тензором переноса завихренности. Ранее дивергентная форма записи уравнения эволюции завихренности была известна только для плоскопараллельных и осесимметричных течений. Определено понятие потока завихренности, генерируемого поверхностью тела. Получено выражение силы давления через поток завихренности при условии прилипания для тел постоянной и изменяющейся формы.

Показано, как полученная формула может быть использована при численном моделировании трехмерных течений вихревыми методами.

Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП Министерства образования и науки РФ (соглашение 14.576.21.0079, проект RFMEFI57614X0079).

*Ключевые слова: вихревые течения, нестационарная аэродинамическая сила, вязкая жидкость.*

# Обтекание пластины

Загуменный Я.В.<sup>1</sup>, Чашечкин Ю.Д.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Институт гидромеханики НАНУ, Киев, Украина*

<sup>2</sup>*Институт проблем механики им. А.Ю.Ишлинского, Москва, Россия*

*E-mail: zagumennyi@gmail.com, chakin@ipmnet.ru*

Задача обтекания полосы активно изучается более ста лет в силу фундаментальности содержания и важности практических приложений. В дополнение к традиционным исследованиям пограничного слоя и следа в последние годы изучается влияние стратификации, существующей в окружающей среде и промышленных установках. Картина обтекания исследуется, как правило, приближенными методами в рамках теорий пограничного слоя и турбулентности, которые затрудняют экстраполяцию полученных результатов на новые условия и параметры течений. В данной работе двумерная задача обтекания полосы изучается численно и экспериментально на основе системы фундаментальных уравнений механики вязких несжимаемых жидкостей, которая включает уравнение состояния, характеризующее невозмущенное распределение плотности, и балансные уравнения неразрывности, переноса импульса и вещества с учетом эффектов диффузии. Рассматриваются течения стратифицированных (сильно и слабо) и однородных сред (потенциально, когда эффекты плавучести учтены в теории, но экспериментально не наблюдаемы, и актуально, где плотность постоянна) с граничными условиями непротекания и прилипания. В качестве начального условия выбирается течение, индуцированное диффузией на выбранном покоящемся теле или отсутствие возмущений для однородной жидкости. Исследовано влияние продольных и поперечных размеров, формы полосы (с острыми и скругленными кромками, прямым или зауженным хвостовиком), угла атаки, скорости движения. Требования к методикам численного и лабораторного моделирования сформулированы с учетом критерия разрешимости наиболее тонких структурных компонентов – прослоек с масштабами Стокса, Прандтля или Пекле. Расчеты проводятся в единой постановке в широком диапазоне параметров, включающем ползучие, вихревые и нестационарно вихревые режимы (до  $Re \sim 100\,000$ ).

Численное моделирование проводилось на основе открытого пакета OpenFOAM методом конечных объемов с добавлением программных блоков собственной разработки, дополняющих стандартные решатели пакета.

Программы позволяли вести расчет компонентов многомасштабных стратифицированных течений – опережающего возмущения, внутренних волн, следа и разделяющих высокоградиентных прослоек. Анализ результатов показал, что в силу внутренней многомасштабности задача установления не имеет стационарного предела во всем диапазоне параметров течений неоднородных жидкостей. Рассчитанные картины полей специфичны для основных физических переменных и их градиентов и хорошо согласуются с

данными лабораторного моделирования. В предельных случаях результаты переходят в известные решения (в частности для течения Блазиуса на полуплоскости).

*Ключевые слова: стратифицированная и однородная жидкость, волны и вихри, структура и динамика течения, форма полосы, угол атаки.*

## **Моделирование вязких течений с использованием метода вихревых элементов**

Коцур О.С., Щеглов Г.А.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия  
E-mail: oskotsur@gmail.com, shcheglov\_ga@bmstu.ru*

В работе рассматривается численный метод вихревых элементов (МВЭ), предназначенный для моделирования несжимаемых течений. МВЭ представляет альтернативу традиционным сеточным методам в этом классе задач, в том числе и для задач с подвижными границами (Fluid-Structure Interaction). Особенностью МВЭ является представление поля завихренности течения в виде суперпозиции базисных функций – вихревых элементов (ВЭ). Вид базисной функции ВЭ в значительной степени влияет на качество аппроксимируемого поля и на необходимое количество ВЭ для адекватного моделирования течения.

В невязкой постановке метод подробно исследован и успешно применяется в ряде задач с подвижными границами с большим числом Рейнольдса. Наибольшую сложность для МВЭ представляет учет вязкости.

Целью данной работы является исследование двух методик учета вязкости: метода обмена интенсивностями (Particle Strength Exchange, PSE) и гибридного метода диффузионных скоростей (Diffusion Velocity Method, DMV) в комбинации с PSE. Оба подхода уже рассматривались в литературе для модели точечных сингулярных ВЭ (вортон Новикова). Более перспективной с точки зрения авторов является модель «вортонов-отрезков», которые больше подходят для аппроксимации поля завихренности, чем точечные ВЭ. Модель вортонов-отрезков использовалась ранее лишь для невязких задач. Предлагаемые методики учета вязкости позволяют расширить данную модель ВЭ и на трехмерные вязкие течения.

В качестве примеров рассматриваются модельные задачи о диффузии бесконечно длинной прямолинейной вихревой трубки и вихревых колец в вязкой жидкости. Для данных задач существует аналитическое решение, что позволяет верифицировать численный расчет. Продемонстрировано хорошее согласование результатов численного моделирования с аналитическими результатами.

*Ключевые слова: метод вихревых элементов, МВЭ, метод обмена интенсивностями, метод диффузионной скорости, фрагментон, вортон-отрезок, вихревая трубка, вихревое кольцо.*

## **Основы инженерных методов расчета гидротранспортирования твердых частиц в горизонтальных и вертикальных трубах**

Кондратьев А.С., Нья Т.Л. Швыдько П.П.

*Московский политехнический университет, Москва, Россия*

*E-mail: ask41@mail.ru*

Разработанная физико-математическая модель и метод расчета гидротранспортирования монодисперсных твердых частиц основывается на следующих допущениях. Движение потока частиц в потоке жидкости в горизонтальной трубе представляется в виде суперпозиции движений в горизонтальных плоских слоях и плоского слоя в вертикальной диаметральной плоскости трубы. Объемная доля частиц твердой фазы постоянна для каждого горизонтального сечения. В рамках представлений Лагранжа при установившемся движении двухфазного потока в горизонтальном трубопроводе уравнение движения твердых частиц записывается в виде равенства сил, определяемых величиной градиента давления, действующего на частицу, и гидродинамического трения. При рассмотрении движения частиц в вертикальном направлении принимается, что на частицы, наряду с силами веса и Архимеда, действуют силы Магнуса, Саффмана, которые направлены от стенки трубы в сторону динамической оси потока и знакопеременная сила турбофореза. Также учитывается диффузия частиц в вертикальном направлении.

Расчетные значения характеристик гидротранспортирования (средней скорости, градиента давления, средней объемной доли твердой фазы и её распределение в вертикальном диаметральном сечении) сопоставлялась с опытными данными зарубежных авторов и с результатами численных расчетов, полученных с использованием уравнений движения двухфазной среды с использованием различных моделей представления турбулентности двухфазной среды. Для горизонтальных трубопроводов проведено сопоставление для частиц песчаной фракции  $0,090-0,165$  мм в трубах диаметром  $158,5$  мм,  $102,7$  мм и  $51,5$  мм при скоростях двухфазного потока  $1,33 - 4,33$  м/с и объемной доли твердой фазы  $0,189 - 0,32$ , а также для песчаных частиц крупностью  $0,165 - 0,55$  мм в трубе диаметром  $263$  мм со скоростями в диапазоне  $3,5 - 4,7$  м/с и объемной доли твердой фазы  $0,184 - 0,34$ . Приведены результаты сравнения расчетных и опытных значений характеристик гидротранспортирования в вертикальных трубах относительно крупных частиц  $0,470$  мм и  $1,700$  мм в трубопроводе диаметром  $40$  мм при скоростях

двухфазного потока  $2,6 - 2,8$  м/с и объемной доли твердой фазы  $0,085 - 0,278$ . В этом случае размер частиц превосходит масштаб турбулентности потока, поэтому при анализе смеси жидкости с крупными твердыми частицами, исключена сила турбофореза. Разработанные методы качественно и количественно лучше согласуются с опытными данными, в сравнении с методом расчета, используемыми иностранными авторами. Эти результаты позволяют рекомендовать развитый метод расчета в качестве основы инженерных методов расчета измельченных твердых частиц при гидротранспортировании по трубам.

## **Uniqueness of the decision of the choice of the characteristics of the visco-elastic suspension of the machine on the screws**

Kuklina I.G.

*Nizhny Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alekseev,  
Nizhny Novgorod, Russia;  
E-mail: istkuklina@rambler.ru*

Rotary screw machine (or a machine on the screw) has been widely used in Russia in 1960-1970. In contrast to vehicles equipped with conventional types of propulsion, the dynamics of screw machines is poor. The uniqueness of the calculation of screw machines in the geometric linear movement of the screw.

*Key words: elastic suspension of machines, the dynamics of the machine, the machine on the screw.*

## **Опыты с каплями сложных жидкостей**

Рожков А.Н.

*ИПМех РАН им. А.Ю. Ишлинского, Москва, Россия  
E-mail: rozhkov@ipmnet.ru*

Жидкая ламелла (круглая тонкая пленка, ограниченная относительно толстой краевой струей), образуется, когда капля воды ударяется о небольшое дискообразное препятствие. Сначала ламелла расширяется в пространстве за пределами препятствия, а затем схлопывается. Большое количество вторичных капель срывается с поверхности краевой струи в течение жизни ламеллы. Данное явление - модель падения капли на плоскую поверхность, когда вязкое взаимодействие между жидкостью и поверхностью пренебрежимо мало, и поэтому позволяет видеть особенности ударного разрушения капли, которые обычно скрыты эффектами вязкости. Малые добавки полимера и поверхностно-активного вещества (ПАВ) значительно изменяют характер разрушения капель. Полимерные добавки подавляют отделение вторичных капель, вызывая их превращение в жидкие пальцы. В зависимости от свойства полимера

образуются паукообразные, звездообразные и колесообразные жидкие структуры. Влияние добавок ПАВ зависит от типа ПАВ. Один тип добавок ПАВ дестабилизирует ламеллу, вызывая разрушение ламеллы в результате спонтанного зарождения дырок в ламелле и последующего формирования жидкой паутинообразной структуры. Другой тип добавок ПАВ заметно увеличивает размер и время жизни ламеллы. Теоретический анализ показывает, что наблюдаемые эффекты неустойчивости ламеллы и увеличение размера и времени жизни ламеллы могут быть вызваны конкуренцией между инерционными и упругими/капиллярными силами.

*Ключевые слова: капля, разрушение, раствор полимера, раствор поверхностно-активного вещества.*

## **Численный анализ кумулятивных течений со скоростями до 10 км/с при обжати взрывом конических и полусферических облицовок**

Федоров С.В., Ладов С.В., Никольская Я.М.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

*E-mail: sergfed-64@mail.ru, ladov-sv@mail.ru, janyse@mail.ru*

В рамках двумерной осесимметричной задачи механики сплошных сред проведено численное моделирование формирования металлических кумулятивных струй при обжати взрывом конических и полусферических облицовок. Показано, что переход от постоянной толщины полусферических кумулятивных облицовок к дегрессивной (уменьшающейся от вершины к основанию) позволяет за счет создания условий для реализации принципа имплозии (сферически симметричного схождения материала облицовки к центру) повысить скорость головной части формируемых кумулятивных струй до уровня 10 км/с, обеспечиваемого кумулятивными зарядами с коническими облицовками. Проведен анализ массово-скоростных распределений для кумулятивных струй, формирующихся из различных облицовок.

*Ключевые слова: взрыв, кумулятивный заряд, кумулятивная струя, коническая облицовка, полусферическая облицовка, массово-скоростное распределение, численное моделирование.*



**Секция 3**  
**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ**  
**МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ. УСТОЙЧИВОСТЬ.**  
**УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ**

**Управляемые движения прямоугольного сосуда  
с тяжелой жидкостью**

Л.Д. Акуленко, С.А. Кумакшев

*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия*  
*E-mail: kumak@ipmnet.ru*

В линейном приближении исследуется задача о малых колебаниях тяжелой жидкости со свободной поверхностью в подвижном сосуде [1] (например, танкеры, цистерны, топливные баки, технологические объекты). Разработан новый метод конструктивного решения задачи о корректном приведении глубокого прямоугольного сосуда (контейнера) с относительно покоящейся тяжелой жидкостью в состояние поступательного движения с требуемой скоростью. Во избежание резонансных эффектов возбуждения внутренних волн предлагается и реализуется алгоритм квазистационарного существенного изменения скорости сосуда с жидкостью как целого. В конце процесса заданного изменения скорости оцениваются возбужденные внутренние колебания жидкости в зависимости от величины, длительности и степени гладкости по В.А. Стеклову управляющего воздействия (ускорения).

*Ключевые слова: тяжелая однородная жидкость, прямоугольный сосуд, поступательное движение.*

**О планировании движения космического робота**

Г.К. Боровин, В.В. Лапшин

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*  
*E-mail: fn3@bmstu.ru*

Исследуется плоское движение космического робота, находящегося в состоянии пассивного полета. Робот состоит из корпуса и телескопической руки манипулятора. Он не имеет либо не использует двигатели для управления движением корпуса робота.

Движение манипулятора оказывает заметное влияние на движение корпуса робота в силу теорем об изменении количества движений и кинетического момента относительно центра масс.

Предполагается, что имеются ограничения как на пределы изменения длины, так и на угол поворота руки манипулятора относительно корпуса. Показано, что за счет специальных циклических движений руки манипулятора относительно корпуса можно развернуть корпус робота на произвольный угол. В результате рабочая зона пассивно летящего космического робота (возможные конечные положения схвата робота) оказывается существенно больше рабочей зоны робота с закрепленным корпусом. Рабочей зоной робота в абсолютном пространстве является кольцо, ограниченное двумя окружностями с центром в центре масс робота и радиусами, равными минимальному и максимальному расстоянию от центра масс робота до схвата. Более того, при построении программного движения можно обеспечить не только выход схвата робота в заданное конечное положение, но и требуемое (более выгодное для проведения работ) значение угла между корпусом и рукой манипулятора в конечном положении.

## Эффект Джанибекова

Адлай С.Ф.

*Сектор Теории Устойчивости и Механики Управляемых Систем  
Отдел Механики Вычислительного Центра им А.А. Дородницына  
ФИЦ «Информатика и Управление» РАН, Москва, Россия,  
E-mail: SemjonAdlaj@gmail.com*

После завершения сложнейшего (в истории космонавтики) этапа по восстановлению орбитальной станции «Салют-7», с последующей стыковкой к ней грузового корабля «Прогресс-24», командиром экипажа «Союз Т-13», лётчиком-космонавтом (и дважды героем) СССР, Владимиром Джанибековым было свершено открытие (25 июня 1985 года), впоследствии названное его именем. Аналитическое исследование этого открытия – эффекта Джанибекова – неизбежно приводит к видимым противоречиям с шаблонными представлениями о динамике твёрдого тела. В частности, как было отчасти подмечено в работе [6], эффект Джанибекова (принципиально!) не описывается качением без проскальзывания эллипсоида Пуансо по инвариантой плоскости. William Burke, который не знал об эффекте Джанибекова вплоть до своей трагической гибели (после аварии в 1996 году), первым сформулировал (так называемую) теорему о скручивающейся теннисной ракетке, (скручивающееся) движение которой, как верно указывалось в работе [3], не описывалось классическими представлениями, обсуждаемыми в многочисленных монографиях, таких как [4,5,2]. Точное аналитическое решение оказалось достигаемым лишь при внедрении алгебраического подхода к выявлению (полной) группы симметрии (всех) решений (общей) задачи о свободном

движении твёрдого тела, о чём было впервые рассказано в прошлом 2016 году[1].

*Ключевые слова: эффект Джанибекова, эллипсоид Пуансо, динамика свободного твёрдого тела, эллиптические функции и интегралы, группа симметрий решений.*

### **Список литературы**

1. *Adlaj S.* Dzhanibekov's flipping nut and Feynman's wobbling plate // Polynomial Computer Algebra International Conference, St. Petersburg, Russia, 2016, April 18-23: 10-14.
2. *Arnold V.* Mathematical Methods in Classical Mechanics. Translated by Vogtmann K. & Weinstein A. Second Edition, Springer-Verlag, 1989.
3. *Ashbaugh M.S. Chiconc C.C. & Cushman R.H.* The Twisting Tennis Racket // Journal of Dynamics and Differential Equations, **3** (1), 1991: 67-85.
4. *Klein F. & Sommerfeld A.* Uber Die Theorie Des Kreisels. Leipzig, Druck Und Verlag Von B.G. Teubner, 1910.
5. *Landau L. Lifschitz E.* Course of Theoretical Physics **I**: Mechanics. Second Edition, Pergamon Press, 1969.
6. *Zhuravlev V.F.* The solid angle theorem in rigid body dynamics // Journal of Applied Mathematics and Mechanics, **60** (2), 1996: 319-322.

## **Применение управления с прогнозирующей моделью для повышения точности ориентации космического аппарата**

Акимов Е.В.

*Научная рота Космических войск Воздушно-космических сил, Россия  
E-mail: akimov-ev@list.ru*

В настоящее время малые космические аппараты дистанционного зондирования Земли играют огромную роль в современной науке и технике. Для выполнения задач, поставленных перед данными аппаратами, к системе ориентации предъявляются высокие требования. Таким образом, повышение точности системы ориентации является актуальной задачей.

Исследуемая система управления является бесплатформенной системой ориентации на базе аналитического гирокомпаса. В качестве датчиков первичной информации используются гироскопический измеритель вектора угловых скоростей и ИК- построитель вертикали.

В процессе эксплуатации космического аппарата возможны различные непредвиденные ситуации, которые могут нарушить штатное функционирование аппарата.

Одним из таких явлений является засветка ИКВ солнцем. При данном воздействии возможно значительное увеличение погрешностей ориентации.

Для повышения точности ориентации предлагается использовать адаптивные алгоритмы. В данной работе рассматривается алгоритм на основе прогнозирующей модели-Model Predictive Control (MPC).

Существо MPC-подхода составляет следующая схема управления динамическими объектами по принципу обратной связи:

1. Рассматривается некоторая (относительно простая) математическая модель объекта, начальными условиями для которой служит его текущее состояние. При заданном программном управлении выполняется интегрирование уравнений этой модели, что дает прогноз движения объекта на некотором конечном отрезке времени (горизонте прогноза).

2. Выполняется оптимизация программного управления, целью которого служит приближение регулируемых переменных прогнозирующей модели к соответствующим задающим сигналам на горизонте прогноза. Оптимизация осуществляется с учётом всего комплекса ограничений, наложенных на управляющие и регулируемые переменные.

3. На шаге вычислений, составляющем фиксированную малую часть горизонта прогноза, реализуется найденное оптимальное управление и осуществляется измерение (или восстановление по измеренным переменным) фактического состояния объекта на конец шага.

4. Горизонт прогноза сдвигается на шаг вперед, и повторяются пункты 1 - 3 данной последовательности действий.

Приведенная схема может быть объединена с предварительным проведением идентификации уравнений модели, используемой для выполнения прогноза.

В работе приведены результаты реализации такого подхода с помощью программной среды MATLAB/Simulink. Отмечается заметное снижение погрешности ориентации от засветки ИКВ солнцем.

*Ключевые слова:* прогнозирующая модель, точность ориентации, космический аппарат(КА).

## **Структура допустимых областей точек опоры двуногого робота на наклонном цилиндре**

Голубев Ю.Ф.<sup>1,2</sup>, Мелкумова Е.В.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия

<sup>2</sup> МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

Исследуется задача о существовании заданного движения шагающего робота состоящего из корпуса и ног, опирающихся о шероховатый цилиндр, радиуса  $\rho$ , с коэффициентом  $k$  сухого трения, в  $n$  точках опоры. Предполагается, что ноги робота совершают заданное движение относительно корпуса робота. Первый шаг в исследовании сходной проблемы был сделан Н.Е. Жуковским, изучавшим равновесие твёрдого тела на плоскости при наличии трения.

Пусть  $\vec{F}$  – сумма даламберовых сил инерции и внешних активных сил,  $\vec{M}$  – сумма моментов этих сил относительно неподвижной точки  $O$ . Ограничимся случаем, когда  $\vec{F}$  не равно нулю и перпендикулярно  $\vec{M}$ . Система  $\{\vec{F}, \vec{M}\}$  приводится к равнодействующей в точке  $C$ , которая будет также точкой приложения равнодействующей реакций. Далее рассматривается задача о распределении реакций по точкам опоры в некоторый фиксированный момент времени в предположении, что сила  $\vec{F}$  приложена в точке  $C$ , а силовой момент в этой точке отсутствует. Заметим, что эта задача эквивалентна задаче об удержании цилиндра пальцами руки робота манипулятора. Пусть ось цилиндра составляет угол  $a$  с силой  $\vec{F}$ . Уравнения кинестатики дополняются квадратичными неравенствами, относительно параметра  $p$ , где  $p$  – разность компонент реакций вдоль оси цилиндра,  $E$  совпадающий и не зависящий от  $a$  коэффициент при  $p$  в квадрате. Заметим, что для произвольной поверхности структура и свойства этих неравенств сохраняются. Аналитическое выражение четырёх компонент нормальных и касательных составляющих реакций лежащих в основании цилиндра, в двух точках опоры, через одну из продольных составляющих реакций, до её замены на параметр  $p$ , теряет симметрию по параметру  $a$  для наклонного цилиндра, что обусловлено тем, что одна из точек опоры становится выше другой по углу  $a$ . Проведено численное исследование, в котором по заданному положению ног и точки  $C$  определяется, существует ли решение задачи о распределении реакций и строятся области существования решений этой задачи. Например, для двуопорной фазы, рассмотрены конфигурации робота симметричные относительно точки  $S$  вдоль, и поперек оси цилиндра. Для первых из перечисленных конфигураций рассмотрены три случая с неотрицательным коэффициентом  $E$ , для расстояния  $x$ , между точкой  $C$  и опорными точками:  $0,9$ ,  $1$  и  $1,1$  при  $R$  и  $a$  равным  $1$ ,  $a$  от  $0$  до  $\pi$  (всего  $13$  различных величин угла наклона цилиндра). Построены области существования решения задачи о распределении реакций на плоскости двух углов, отвечающих проекциям точек опоры на основание цилиндра и трёхмерные области, дополняющие указанную плоскость аппликацией точки  $C$ . При  $a: 0$ ,  $x: 1$ , область состоит из трёх отдельно расположенных связанных подобластей. На плоскости углов каждая из пары параллельных прямых соответствуют опорам в диаметральной сечении цилиндра содержащем точку  $C$ . Между этими прямыми расположена связанная область. Она содержит отрезок прямой, соответствующий равенству углов, робот опирается сверху, на прямую, параллельную оси цилиндра, удовлетворяющей ограничению на отклонения от направления силы. Указанный отрезок на графиках исчезает при  $x$  равном  $0,9$  для  $a$  равном  $\pi/4$ , а при увеличении  $x$ , позже, при  $4\pi/9$ . Это соответствует тому, что робот начинает скользить вниз по цилиндру. При  $x$  равном  $1,1$  для  $a$  равном  $\pi/3$  в трёхмерных областях заметны расслоения из отдельных точек, что показывает более резкое изменение высоты расположения точки  $C$  при изменении углов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 16-01-00131 А)

## **Переправа инсектоморфного робота на плоту через неширокую водную преграду**

Голубев Ю.Ф., Корянов В.В.

*ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия  
E-mail: golubev@keldysh.ru, korianov@keldysh.ru*

Дано сокращенное описание математической модели воздействия воды на прямоугольный плот при нестационарном движении. Построено движение робота, позволяющее осуществить его переправу на другой берег водной преграды в простейшем случае, когда робот сообщает плоту начальный толчок от берега. Предложенный алгоритм отработан средствами компьютерного моделирования. Представлены результаты расчетов, свидетельствующие о работоспособности алгоритма при наличии информации о движении, достаточной для целей управления.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (РФФИ: 16-01-00131).

*Ключевые слова: плот, архимедова сила, сопротивление воды, вязкое трение, шестиногий робот, переправа, водная преграда.*

## **Исследование устойчивости стационарного вращения роторных систем с жидкостью**

Дерендяев Н. В., Дерендяев Д. Н.

*ННГУ им. Н. И. Лобачевского, Нижний Новгород, Россия  
E-mail: derendyaevdm@mail.ru*

Ранее в работах одного из авторов был предложен и разработан (совместно с учениками) оригинальный метод исследования устойчивости стационарного вращения роторных систем, содержащих вязкую жидкость и имеющих привод, поддерживающий вращение. Предполагалось, что ротор обладает осевой симметрией, закрепления его оси изотропны. В данной работе содержится обобщение этого метода, которое позволяет распространить его на системы с анизотропными закреплениями оси ротора. Приведен пример исследования устойчивости стационарного вращения типичной роторной системы. Отмечены механические эффекты, вызванные тем, что при анизотропном закреплении оси ротора становится невозможной гироскопическая стабилизация.

*Ключевые слова: роторная система, полость с вязкой жидкостью, режим стационарного вращения, устойчивость и автоколебания.*

# **Траектория движения парашютной системы с упругим звеном**

Журин С. В.

*ПАО РКК «Энергия» им. С.П. Королёва», Королёв, Московская область  
zhur\_serg@rambler.ru*

В работе представлены результаты анализа данных лётного эксперимента парашютной системы с упругим звеном. Выявлено, что движение происходит по спирали. В статье оцениваются параметры спирали. Для устойчивого полёта парашютной системы необходимо применять устойчивый парашют.

*Ключевые слова: мягкая посадка, упругое звено, парашют.*

## **Математическая модель управляемого полёта дрона-квадрокоптера до цели и обратно**

Красовский А.Н., Сулова О.А.

*Уральский федеральный университет  
им. первого Президента России Б.Н. Ельцина, Екатеринбург, Россия  
E-mail: ankrasovskii@gmail.com, o.a.suslova@urfu.ru*

Рассматривается задача построения модели управляемого движения беспилотного летательного аппарата – квадрокоптера. Задача решается для конкретного типа квадрокоптера при некоторых ограничениях на углы Эйлера, характеризующие ориентацию квадрокоптера, как твёрдого тела, в пространстве. Задача полёта квадрокоптера решается в трехмерном пространстве.

Рассматривается фиксированный отрезок времени полёта квадрокоптера, то есть начальный и конечный моменты времени являются заданными и зафиксированными. В качестве управлений выбираются подъёмные силы винтов квадрокоптера, определяемые угловыми скоростями вращения винтов. Этот отрезок времени для рассматриваемого в работе типа квадрокоптера, предполагается достаточно малым и поэтому считается, что помеха (сила ветра и его направление) не меняется в процессе полёта и является заданной по условиям задачи.

Рассматривается конкретная ситуация, при которой квадрокоптер поднимается из «гнезда» - места подзарядки аккумулятора и совершает полёт до заданной цели, зависает над целью, например, для видеосъёмки и возвращается обратно. Эта задача разбивается на пять этапов: подъём на заданную высоту, горизонтальный полёт до цели, зависание, горизонтальный полёт на заданной высоте назад, спуск(посадка) в «гнездо». При этом

полагается, что сумма интервалов времени, затраченного на осуществление каждого этапа равна заданному отрезку времени управления. Для построения управлений, решающих задачи на каждом из этапов используется теория программного управления, разработанная в Свердловской (Екатеринбургской) школе по теории оптимального управления и дифференциальным играм. В работе сконструированы программные управления для каждого из этапов полёта. Эти управления являются оптимальными по критерию качества имеющему вид интеграла от квадрата управляющего воздействия, который, как известно, характеризует затраты энергии на выработку управляющих воздействий.

Обосновывается некоторый инженерный способ точной посадки квадрокоптера в «гнездо». Этот способ позаимствован из космической отрасли при решении задачи стыковки космических аппаратов.

*Ключевые слова: математическая модель, квадрокоптер, «гнездо», цель, управление, оптимизация.*

## **Моделирование саккадического движения глаза решением задачи быстрогодействия**

Кручинина А.П.

*МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

*E-mail: a.kruch@moids.ru*

Саккадическое движение глаза – быстрое движение, которое глаз совершает по несколько сотен тысяч раз в день. Моделирование этого движения решением задачи оптимального управления с функционалом быстрогодействия приводятся в нескольких работах.

Человек получает от зрения значительную долю информации, хотя четкое видение обеспечивается лишь при стабилизации глаза относительно рассматриваемого объекта. Моделирование быстрых переводов взора посредством саккады представляется логичным.

В предлагаемой работе рассматривается горизонтальное движение глаза. Известно, что ни одна мышца не сокращается мгновенно. Отличие предлагаемого способа моделирования состоит в выборе в качестве управления скорости изменения момента сил, приложенных к главному яблоку со стороны пары глазодвигательных мышц. Результаты моделирования саккады использованы для классификации форм саккад и определения их параметров.

*Ключевые слова: саккада, оптимальное управление, задача быстрогодействия, движение глаза.*



# Разработка имитационной модели СУОС перспективного КА в составе КСГ СККП

Куркин М.С.

*Научная рота Космических войск Воздушно-космических сил, Россия  
E-mail: m-kurkin@bk.ru*

Получение информации о космических объектах – сложная техническая задача. Малый размер космических объектов, высокая скорость движения для низкоорбитальных аппаратов и большая удалённость для аппаратов на геостационарной орбите сильно затрудняют их обнаружение и получение каких-либо данных.

Особое внимание уделяется системе ориентации и стабилизации КА, поскольку её характеристики являются определяющими при решении информационных задач оптическими средствами космического базирования.

В качестве базового варианта выбран следующий облик КА:

Параметры орбиты КА:

- тип геостационарной орбиты;
- средняя высота 35700 км;
- эксцентриситет – не более 0,0025;
- наклонение 0 градуса;

Массово-инерционные характеристики КА:

- Масса КА не более 4600кг;
- Тензор инерции КА:

Требования к системе управления ориентацией и стабилизацией:

Погрешности ориентации связанных осей КА:

- - по углу в номинальном режиме не более 0,05°;
- - по угловой скорости в установившемся режиме не более 0,0005°/с.

Система ориентации и стабилизации предназначена для поддержания требуемого положения КА вокруг центра масс. Используя в качестве исполнительных органов силовые гироскопы, на основании данных датчиков угловой скорости и положения в пространстве, она обеспечивает управление полётом космического аппарата. Точность и быстродействие СУОС является одним из ключевых факторов, влияющих на качество и возможность решения поставленной задачи.

Входными данными для модели СУОС являются:

- текущее орбитальное положение КА;
- массово-инерциальные характеристики КА;
- параметры датчиков скорости и угловых скоростей;
- характеристики исполнительных органов системы управления;
- возмущающие моменты;

Сравнительный анализ результатов моделирования работы СУОС и условий работы телескопа указывает на техническую реализуемость

орбитальной платформы для установки ОЭС с принятыми параметрами, обеспечивающими, в основном, выполнение заданных требований по точности поддержания ориентации и минимальной угловой скорости на рабочем интервале.

*Ключевые слова: геостационарная орбита, системы управления ориентацией и стабилизацией, система контроля космического пространства.*

## **Моделирование установки стента из материала с памятью формы при вмешательствах на органах желчевыделительной системы**

Кучумов А.Г.<sup>1</sup>, Самарцев В.А.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*ПНИПУ, Пермь, Россия*

<sup>2</sup>*ПГМУ им. академика Е.А. Вагнера, Пермь, Россия*

*E-mail: kuchumov@inbox.ru*

Заболевания желчного пузыря и желчевыделительных путей занимают третье место в России по числу пациентов. Одним из распространенных заболеваний является рубцовый стеноз большого дуоденального сосочка, которое заключается в уменьшении просвета протока. Для лечения данного заболевания хирурги применяют оперативное вмешательство с целью восстановления нормального течения желчи и сока поджелудочной железы в двенадцатиперстную кишку. Одним из эффективных методов лечения является установка стента из материала с памятью формы. Однако, данная операция не всегда успешна, поскольку хирурги используют субъективный опыт, и не существует полных биомеханических моделей, которые могли бы количественно оценить качество данной процедуры. Таким образом целью работы является разработка и улучшение процедуры установки стента из сплава с памятью формы в желчный проток на основе математического моделирования для объективизации лечения и улучшения качества жизни пациента при хирургических вмешательствах на органах желчевыделительной системы. Работ, посвященных моделированию эндобилиарных стентов нет, в то время как статей по моделированию сердечно-сосудистых стентов много. Пациенто-ориентированные модели очень эффективны при исследовании биомеханики вмешательств на органах желчевыделительной системы. Слабо податливые баллоны используются для мини-инвазивных процедур. В данной статье рассматривается взаимодействие баллона и стента. Баллон рассматривался как гиперупругий материал, а для стента с памятью формы была выбрана модель Ауриккио. Для определения параметров определяющего соотношения были проведены механические испытания стента с использованием оборудования Zwick. Далее была разработана конечно-элементная модель раздувания баллона и его рассматривалось его взаимодействие с билиарным стентом из сплава с памятью формы. Края

баллона и стента были закреплены, и было задано перемещение баллона. Контакт между баллоном и стентом также учитывался. Применяя данную КЭ модель, напряженно-деформированное состояние системы «баллон-стент» было определено, что даёт возможность использовать данные результаты в клинической практике. Используя данные о напряженно-деформированном состоянии стента, хирург может управлять усилием, развиваемым стентом при взаимодействии с желчным протоком для предотвращения его повреждения или возникновения повторных осложнений.

Данная работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 16-08-00718.

*Ключевые слова: никелид титана, рубцовый стеноз большого дуоденального сосочка, билиарный стент, конечно-элементная модель, хирургическое вмешательство на органах желчевыделительной системы.*

## **Задача управления движением «гимнаста» при соскоке с перекладины.**

Лавровский Э.К.

*МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия  
E-mail: lavrov@imec.msu.ru*

В докладе с теоретико-механических позиций обсуждаются некоторые аспекты соскока «гимнаста» - спортсмена (или робота - «гимнаста») с «перекладины». Рассматриваются все фазы соскока в плоском случае. Тело «гимнаста» моделируется трехзвенным физическим маятником, однако, после отрыва от «перекладины» и опускания «рук» моделью динамической системы становится уже двухзвенный маятник. Для двухзвенной модели в рамках режима «кинематического» управления изучается процесс опускания «рук», свободный полет, выход «ногами» на опору (абсолютно неупругий удар) и дальнейшее управление в опорной фазе с целью вертикальной стабилизации всей маятниковой системы. Режим «кинематического» управления означает возможность мгновенного изменения угла между звеньями тела. Для каждой из фаз движения найдены удобные формы описывающих ее динамических уравнений. Эти уравнения опираются на использование в качестве одной из переменных кинетического момента системы относительно различных точек тела или пространства. Порядок такой системы уравнений ниже, чем порядок полной системы. Результаты представленного анализа задачи позволяют построить удобную приближенную модель явления в целом, а также использовать ее при создании роботизированного аналога.

*Ключевые слова: соскок с перекладины, фазы движения, кинематическое управление, теоремы механики.*

# Смешанные стратегии тестирования качества управления линией визирования

Латонов В. В.

*МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия  
E-mail: WLatonov@gmail.com*

Системы наведения линии визирования имеют широкую область применения от индустрии развлечений до военно-промышленного комплекса.

При разработке систем наведения линии визирования, а также при обучении операторов наведения требуется проверка качества управления линией визирования. В связи с этим возникает задача тестирования алгоритмов управления, которая включает в себя вычисление наихудших для оператора (или для системы наведения) условий, при которых решение задачи наведения становится наиболее сложным.

В данной работе задача тестирования представлена в виде игровой задачи тестирования качества управления человеком-оператором линией визирования. Управление линией визирования происходит относительно подвижного основания, движение которого затрудняет работу оператора. Таким образом, игроками в рассматриваемой игре являются оператор наведения и движение основания.

Основание движется относительно инерциальной системы координат. На корпусе основания жёстко закреплена видеокамера с некоторым полем зрения. Внутри основания находится оператор, перед глазами которого находится монитор. На монитор поступает изображение с камеры. Для описания движения основания рассматривается расширенная модель машины Дубинса.

В инерциальной системе отсчёта расположен объект, называемый целью. Она неподвижна относительно инерциальной системы отсчёта и расположена бесконечно далеко от основания. Таким образом, направление линии визирования цели определяется только угловыми движениями основания. На мониторе также изображена точка, называемая маркером, которой оператор может управлять.

Оптимальные стратегии выбираются из класса программных стратегий для оператора и из класса смешанных стратегий для возмущающих воздействий. В работе определены условия существования седловой точки. Особенность задачи в том, что множества достижимости игроков невыпуклы.

*Ключевые слова: антагонистическая игра, геометрическая игра, седловая точка, линия визирования.*

# Механика горнолыжного карвингового поворота

Леготин С.Д.<sup>1</sup>, Ривлин А.А.<sup>2</sup>, Данилин В.И.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

<sup>2</sup>Учебный центр Федерации горнолыжного спорта и сноуборда России,

Москва, Россия

E-mail: legotin.msiu@gmail.com

В рассмотренных ранее моделях движения по спортивным горнолыжным трассам траектория центра масс системы лыжник–лыжи задавалась тригонометрическими функциями, либо полиномом. При этом оставалось за рамками обсуждений как влияют на траекторию движения крутизна склона, направление и скорость движения, закатовка лыж и угол наклона самого лыжника, а также характер скольжения лыж по склону. Очевидно, что без оценки этого влияния невозможно создать корректную биомеханическую модель горнолыжного поворота и, в конечном итоге, правильно описать процесс движения на горных лыжах. Таким образом, создание виртуальной модели движения на горных лыжах, ряд компонентов которой здесь рассматривается, является актуальной задачей.

Цель исследования – провести кинематический и динамический анализ современного карвингового горнолыжного поворота, установить возможные стратегии его выполнения и разработать численную модель резаного поворота, позволяющую оценить траекторию поворота, скорость и время движения центра масс системы лыжник–лыжи, и учитывающую направление движения, крутизну склона, величину угла закатовки лыж и наклон лыжника

Анализ механики резаного (карвингового) поворота позволил сформулировать модель механической системы лыжник–лыжи в виде твердого тела по следующим допущениям: 1) основное движение центра масс системы в фазе ведения дуги поворота осуществляется в плоскости склона; 2) отсутствует боковое скольжение, т.е. выполняется чисто резанный (карвинговый) поворот; 3) отсутствует дополнительная ангуляция, т.е. угол закатовки равен углу наклона опорной линии. Отсюда следует, что рассматривается положение лыжника в повороте на границе устойчивого резаного скольжения; 4) принимается, что угол осадки лыжника в продольной плоскости поворота пренебрежимо мал; 5) радиус карвингового поворота пропорционален радиусу бокового выреза лыж и косинусу угла наклона опорной линии.

В результате сформулирована система дифференциальных уравнений движения, учитывающая ее выявленные параметры и дающая возможность вычислять как изменения скорости движения и положения центра масс при резаном повороте, так и траекторию его движения и угол наклона лыжника в повороте. Найдены условия, при которых можно выполнять резанный поворот без ангуляции, связывающие скорость движения, угол склона и направление движения по склону. Решение задачи проиллюстрировано примерами

движений с постоянной скоростью, а также в условиях пренебрежения силой трения скольжения и аэродинамическим сопротивлением.

Предложенная методика позволяет количественно оценивать резаный поворот в различных условиях движения, ее можно использовать в работе тренеров по горнолыжной подготовке, а также при разработке моделей лыж и спортивных тренажеров.

*Ключевые слова: биомеханика спорта, слаломная траектория, ангуляция, наклон лыжника, резаный (карвинговый) поворот.*

## **О задаче моделирования кинематики и динамики управляемых систем с программными связями**

Матухина О.В.

*Нижекамский химико-технологический институт (филиал) ФГБОУ ВПО «Казанский национальный исследовательский технологический университет», Нижнекамск, Россия  
E-mail: ovmatukhina@gmail.com*

Предлагается конструкция систем дифференциальных уравнений, используемая для составления уравнений нестационарных дифференциальных связей. Рассматривается задача построения уравнений динамики на основе интегрального вариационного принципа. Определяются выражения управляющих сил, действующих на систему с целью обеспечить выполнение уравнений связей, наложенных на систему. Результаты решения некоторых прикладных задач иллюстрируют эффективность описываемых методов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, номер проекта 16-08-00558.

*Ключевые слова: управление динамикой, устойчивость, стабилизация, программные связи.*

## **Синхронное управление плавным движением многопараметрических механических систем**

Митюшов Е.А., Мисюра Н.Е., Берестова С.А.

*Уральский федеральный университет  
им. первого Президента России Б.Н. Ельцина, Екатеринбург, Россия  
E-mail: mityushov-e@mail.ru, n\_misura@mail.ru, s.a.berestova@urfu.ru*

Предложен бионический подход к разработке алгоритмов плавного синхронного движения многопараметрических механических систем. Дается формальное определение плавного движения, которое используется для решения поставленной задачи синхронного управления и может быть

применено к решению широкого класса задач. Показано, что решение задачи синхронного управления плавным движением сводится к нахождению одной безразмерной функции управления. На примере решения задачи об управлении роботом манипулятором с двумя степенями свободы показана связь рассмотренной математической модели синхронного управления с решением задачи одноканального силового управления робототехническими системами.

*Ключевые слова: плавное движение, силовое управление, синхронное одноканальное управление, векторно-полиномиальный закон движения.*

## **Управляемая динамика квадрокоптера с поворотными роторами.**

Притыкин Д.А., Шавин М.Ю., Гильманов Х.Г.

*Лаборатория перспективных систем управления,  
Московский физико-технический институт  
(государственный университет), Москва, Россия;  
E-mail: shawinmihail@gmail.com*

В работе рассматривается беспилотный летательный аппарат (БЛА) с четырьмя поворотными роторами. Отличие от классической конструкции квадрокоптера состоит в том, что помимо управления оборотами винтов, создающих тягу, аппарат снабжён дополнительными сервоприводами, способными изменять направления осей ротора относительно корпуса. Показано, что управление ориентацией роторов позволяет улучшить манёвренность и скоростные характеристики аппарата по сравнению с классическими конструкциями.

Построена модель управляемой динамики аппарата с поворотными роторами, учитывающая основные силы и моменты, действующие на элементы системы. Ориентация элементов системы дана в кватернионном описании. Модель реализована в среде MatlabSimulink. В результате численных экспериментов выполнена идентификация основных параметров модели.

Синтезирован контур управления моделью квадрокоптера с поворотными роторами. Показано, что в отличие от классических квадрокоптеров, аппарат с поворотными винтами полностью управляем по всем шести степеням свободы за счёт большей размерности вектора управляющих параметров. Реализованный алгоритм управления позволяет одновременно управлять положением и ориентацией аппарата, а также учитывать ограничения, связанные с конструктивными особенностями.

Формализованы и решены следующие задачи: приход центра масс БЛА в некоторое наперёд заданное положение; стабилизация ориентации БЛА относительно некоторого наперёд заданного положения; перемещение центра масс БЛА вдоль некоторой наперёд заданной (дискретным набором точек или непрерывной функцией координат от времени) траектории; наведение

установленной на БЛА камеры на неподвижный или перемещающийся объект (то есть съёмка неподвижного объекта с разных ракурсов или слежение камерой за подвижным объектом).

Исследована зависимость качества управления от тяговооружённости аппарата.

Независимое управление положением центра масс и ориентацией аппарата потенциально позволяет ориентировать жестко закреплённую на корпусе аппарата камеру или дальномер. На основе произведённого моделирования планируется разработка и создание опытного образца БЛА.

*Ключевые слова: динамика и управление БЛА, поворотные роторы, маневренность БЛА.*

## **Новые принципы построения роботизированных массажеров параллельной структуры на базе треугольного и октаэдрального самоперемещающихся модулей**

Саяпин С.Н.,

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

*ИМАШ РАН, Москва, Россия*

*E-mail: S.Sayapin@rambler.ru*

Представлены новые принципы построения адаптивных самоперемещающихся плоского и пространственного портативных массажных роботов на основе треугольной параллельной структуры с 3 степенями свободы («Триангель») и октаэдральной параллельной структуры с 12 степенями свободы («Октаэдральный додекапод»). Триангель предназначен для проведения скользящего баночного массажа, а Октаэдральный додекапод – для массажа верхних и нижних конечностей, включая массаж локтевых и коленных суставов, а также шеи пациента. Показаны преимущества предлагаемых массажных роботов по сравнению с одно- и многорукими антропоморфными роботами и их функциональные возможности.

*Ключевые слова: скользящий баночный массаж, самоперемещающиеся портативные массажеры, плоские и пространственные параллельные роботы, модульные роботы.*



# **Об автоматическом регулировании перематывания ленты с постоянной скоростью**

Тешаев М.Х.

*Бухарский инженерно-технологический институт, Республика Узбекистан.*

*E-mail: muhsin\_5@mail.ru*

Рассматривается задача перематывания ленты с постоянной скоростью. Учитывая, что барабаны представляют собой тела переменной массы, составляются уравнения движения системы. С учетом параметрического освобождения системы от сервосвязи определяется структура силы реакции сервосвязи. Для реализации сервосвязи предлагается строить цифровую следящую систему (ЦСС) и составляется полная система уравнений ЦСС. Определяется закон изменения управляющего воздействия, обеспечивающий устойчивость системы по отношению многообразия, определяемого сервосвязью.

Предметом исследований является сложная механическая система с сервосвязями. Целью работы является определение в явном виде структуры силы реакции сервосвязи и ее реализация с помощью электромеханических сил. Используя метод (А)-перемещений, метод параметрического освобождения, метод вынужденных движений, методы функций Ляпунова, предлагается новый метод реализации сервосвязи. В отличие от ранее разработанных методов реализации в данной работе предлагается построить цифровую следящую систему (ЦСС) и определяется закон формирования управляющих воздействий. Результаты данной работы могут быть использованы при проектировании регулируемых систем, в частности, при проектировании машин легкой промышленности.

*Ключевые слова. сервосвязь, сила реакции сервосвязи, параметрическое освобождение, цифровая следящая система (ЦСС), полная система уравнений.*

## **Обзор биомеханических моделей легких человека**

В.В. Макевнина

*ФГБВОУ ВО «Военно-медицинская академия им. С.М. Кирова» Минобороны РФ, Санкт-Петербург, Россия*

*E-mail: makevnina.vv@gmail.com*

В биомеханике дыхания используются модели различного уровня сложности с точки зрения учета тех или иных механических процессов в зависимости от конкретных задач моделирования. При построении таких моделей используются результаты моделирования тех или иных физических процессов, сопровождающих дыхание. В докладе представлены основные

математические модели легкого человека, отличающиеся по степени сложности, а также приведен анализ их применения в практической деятельности. В том числе в работе предложен способ, позволяющий оценивать биомеханику легкого конкретного пациента. С этой точки зрения, решение данной задачи показывает потенциальные возможности, открывающиеся перед врачом, реализовать которые можно при соблюдении определенных условий. Тема исследований связана с решением практических задач в следующих областях: биомеханике дыхания, респираторной поддержки, проектировании и конструировании оборудования для респираторной поддержки.

*Ключевые слова: биомеханика легкого человека, дыхательная система, респираторная поддержка.*

## **Математическое и компьютерное моделирование динамики манипуляторов с геометрическими связями**

Красинский А.Я.<sup>1</sup>, Ильина А.Н.<sup>2</sup>, Красинская Э.М.<sup>3</sup>, Рукавишников А.С.<sup>4</sup>

<sup>1</sup> МГУПП, Москва, Россия

<sup>2</sup> МАИ (национальный исследовательский университет), Москва, Россия, Москва, Россия

<sup>3</sup> МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

<sup>4</sup> МФТИ, Долгопрудный, Московская область, Россия

E-mail: happyday@list.ru, krasinsk@mail.ru

Манипуляторы с геометрическими связями относятся к одному из важнейших классов управляемых механических систем. Построение аккуратных математических моделей таких систем является важной задачей, как технической практики, так и теории управления. При этом, одной из основных трудностей является учет сложных нелинейных уравнений связей. Так как уравнения связей накладывают ограничения на координаты системы, в общем случае, для получения уравнений движения нельзя использовать уравнения Лагранжа второго рода.

Альтернативный способ - использовать уравнения в форме М.Ф. Шульгина. Эти уравнения свободны от множителей связей; их можно рассматривать как частный случай уравнений Воронца для неголономных систем с интегрируемыми кинематическими связями. Такой подход позволяет получить строгие нелинейные математические модели голономных систем с избыточными координатами с учетом полных уравнений геометрических связей, что особенно важно для решения задач устойчивости и стабилизации

Ранее, на основе использования уравнений движения в форме М.Ф. Шульгина, нелинейной теории устойчивости и теории критических случаев, был разработан метод решения проблемы устойчивости и стабилизации для систем с геометрическими связями. В статье этот метод применяется для получения математических моделей и решения задач стабилизации стационарного движения в случае двух простых манипуляторов с геометрическими связями - вращающегося манипулятора и четырехколесного

мобильного однозвенного манипулятора с упругой подвеской. Для вращающегося манипулятора построена математическая модель и проведен анализ устойчивости системы. Показано, что при достаточно больших скоростях вращения система устойчива. В случае второго манипулятора требуется решение задачи стабилизации. В качестве контрольного воздействия используется дополнительное натяжение на якорь приводных двигателей постоянного тока. Проводится проверка управляемости системы. Коэффициенты линейного управляющего воздействия находятся путем решения линейно-квадратичных задач по методу Н.Н. Красовского и процедуры Репина-Третьякова. Асимптотическая устойчивость в полной нелинейной замкнутой системе следует из ранее доказанной теоремы об асимптотической устойчивости при наличии нулевых корней характеристического уравнения, соответствующего избыточным координатам.

В системе MATLAB были написаны специальный комплекс программ для манипуляторов. Результаты численных расчетов показывают, что закон управления обеспечивает асимптотическую устойчивость по всем переменным. Рассмотренные примеры демонстрируют практическую применимость метода. Дальнейшие исследования должны привести к развитию этого метода и обеспечению его применимости к широкому классу систем с геометрическими связями.

*Ключевые слова: геометрические связи, избыточные координаты, уравнения М.Ф. Шульгина, стабилизация, установившееся движение, манипулятор.*

## **Модель переменной структуры для описания заноса аппарата на вираже**

Влахова А.В., Новодерова А.П.

*МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия  
E-mail: vlakhova@mail.ru, an.novoderova@yandex.ru*

В работе рассматривается задача о заносе двухосного четырехколесного аппарата (автомобиля, робота и т.д.) на горизонтальной однородной опорной плоскости, возникающем при блокировке или пробуксовке колес одной из его осей [3–5]. Исследуются движения, при которых колеса другой оси аппарата сохраняют или теряют сцепление с опорной плоскостью. Изучается начальная стадия заноса аппарата, когда поперечная и угловая скорости его корпуса невелики; углы поворота передних колес относительно корпуса (вокруг вертикальной оси) считаются малыми. Для таких движений силы взаимодействия колес одной оси с опорной плоскостью принимают близкие значения, поэтому вместо четырехколесной модели аппарата используется двухколесная «велосипедная» модель, которая может быть получена, если заменить передние (управляемые) колеса аппарата одним эквивалентным

передним колесом, задние – одним задним, и считать, что боковые наклоны корпуса аппарата отсутствуют. Предполагается, что колесо велосипедной модели, не потерявшее сцепление с опорной плоскостью, взаимодействует с ней без проскальзывания; колесо, потерявшее сцепление с опорной плоскостью, взаимодействует с ней посредством сухого трения. Изучаются модель кулонова трения и модель поликомпонентного сухого трения В.Ф. Журавлева [1], учитывающая моменты верчения в областях контакта колес аппарата с опорной плоскостью. В рассматриваемом случае малых значений угловой скорости корпуса аппарата последняя применима при достаточно больших областях контакта.

Для упрощения анализа построенной математической модели в работе применяются асимптотические методы теории сингулярных возмущений [2, 6]. Упрощенная модель может быть исследована аналитически с использованием метода фазовой плоскости. В работе анализируется влияние углов поворота передних колес аппарата вокруг вертикальной оси на его занос для ряда частных случаев. Обсуждаются ситуации, когда следование принятой в теории вождения автомобиля рекомендации «поворачивать руль (передние колеса) в сторону заноса задней оси» позволяет уменьшить угловую скорость корпуса аппарата скорее, чем при неповернутых или повернутых в другую сторону передних колесах. Показано, что в рамках модели трения В.Ф. Журавлева развитие заноса в целом происходит менее интенсивно, чем для модели трения Кулона.

### Список литературы

- 1) Андронов В.В., Журавлев В.Ф. Сухое трение в задачах механики. М.-Ижевск: ИКИ, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2010. 184 с.
- 2) Васильева А.Б., Бутузов В.Ф. Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений. М.: Высшая школа, 1990. 208 с.
- 3) Влахова А.В. Математические модели движения колесных аппаратов. М.-Ижевск: АНО, ИКИ «Ижевский институт компьютерных исследований», 2014. 148 с.
- 4) Влахова А.В., Новожилов И.В. О заносе колесного экипажа при «блокировке» и «пробуксовке» одного из колес // Фундамент. и прикл. математика. 2005. Т. 11. Вып. 7. С. 11–20.
- 5) Влахова А.В., Новожилов И.В., Смирнов И.А. Математическое моделирование заноса автомобиля // Вестн. Моск. ун-та. Сер.1. Математика. Механика. 2007. № 6. С. 44–50.
- 6) Новожилов И.В. Фракционный анализ. М.: Изд-во МГУ, 1995. 224 с.

## СЕКЦИЯ 4 НЕБЕСНАЯ МЕХАНИКА

### Совместная инверсия геофизических (сейсмических и геодезических) данных для определения внутреннего строения и состава Луны

Кронрод Е.<sup>1</sup>, Matsumoto К.<sup>2</sup>, Кусков О.<sup>1</sup>, Кронрод В.<sup>1</sup>, Yamada R.<sup>3</sup>, Kamata S.<sup>4</sup>

<sup>1</sup>*Институт геохимии и аналитической химии им. В.И. Вернадского, Москва, Россия*

<sup>2</sup>*RISE Project, National Astronomical Observatory of Japan, Japan*

<sup>3</sup>*The University of Aizu, Research Center for Advanced Information, Japan*

<sup>4</sup>*Creative Research Institution, Hokkaido University, Japan*

*E-mail: e.kronrod@gmail.com*

Цель настоящей работы получить согласованную с точки зрения геофизики и геохимии модель внутреннего строения и состава (для мантийных слоев) Луны. Рассматривается 9-слойная сферически симметричная вязкоупругая модель Луны в предположении гипотезы магматического океана. Инверсия основана на методе инверсии Байеса с применением алгоритма МСМС для определения параметров внутреннего строения Луны. Найдены вероятные значения сейсмических скоростей и концентрации основных оксидов ( $Al_2O_3$ , FeO, MgO) в мантии.

*Ключевые слова: Луна, численное моделирование, инверсия, внутреннее строение, термодинамика.*

### “Spin-orbit evolution, free physical resonance librations/tides and internal energy budget of the multi – layer Moon: Project “MOON-2020+”

Alexander Gusev

*Kazan Federal University, Kazan, Russia*

*email: agusev33@gmail.com*

The problem of rotation, physical librations and inner structure of the multi-layer Moon remain a central problem for selenodesy, selenodynamics and selenophysics [1,2,3]. Its actuality increases with an increase of accuracy of different kind observations of the Moon. Now the laser/radio ranging measurements of distances to the lunar reflectors achieves a few centimeters level of accuracy. The lunar structure includes a rigid crust, viscoelastic mantle and liquid/rigid core. The temperature increases with depth, the structure and composition change with depth,

and the deep mantle strongly attenuates seismic waves. We expect the dissipation to vary with depth and that variation may include discontinuities.

Now we know the two sources of dissipation on the Moon: 1) tides in lunar mantle and 2) viscoelastic fluid motion at the core-mantle boundary on the Moon (Yoder, 1981). There is a small tide-induced libration terms at the differential periods. Tides also affect the moments of inertia of the Moon. And vice versa lunar librations also little changes the lunar tides. There is also a nearby dynamical resonance at 27.296 days that is associated with an 81year retrograde free precession of the lunar mantle (Rambaux and Williams, 2011). Tidal periods other than 1 month are a particular interest for Love number  $k_2$  and quality factor  $Q$ : 2 weeks, 7 month, 1 year and 6 years. Lunar tidal dissipation was detected at monthly and annual tidal periods. In the theory of tidal distortions of the Earth there is a resonance due to the flattening of the core-mantle boundary(CMB). This so-called Free Core Nutation Resonance to a 14 month retrograde free precession of the fluid core. The lunar core is much smaller than the Earth core, the rotation rate is less, the flattening of the CMB is less; the associated core precession period is 144yr in space coordinate system[2]. For the Moon this resonance will occur at period that is slightly shorter than the sidereal periods of 27.322 days in lunar coordinate system (Williams et al., 2001, 2014).

New prospects for establishment of a liquid/rigid core model and for studying its contribution in physical librations/tides of the full Moon for direct studies of tidal and non-tidal "breath" of the Moon with new multi-parametric rheological interior (Maxwell, Voigt-Kelvin, SAS, Burgers, Andrade models) will be viewed. New laboratory experiments have provided important information on the mechanisms of dissipation in materials over a range of temperatures, time scales, grain sizes and presence of melt. (Williams, Boggs, 2015).

The dissipation of energy during distortion by tides or seismic waves depends on the behavior of materials at microscopic scales. Tidal dissipation is mainly concerned with shear. There are multiple mechanisms of dissipation that depend on rotation frequency, temperature, stress, rheology models. In the Moon at tidal frequencies, the application of shear stress to a material is thought to cause mineral grains to slide by one another at their boundaries. The anelastic mechanism dissipates energy, but the distortion from sliding is limited by pinning due to defects on the grains. At high temperatures and long time scales the pinning becomes weak and the sliding will be a free.

New differential radio (VLBI/SBI, LRR) and optical (one way of LLR) technologies have been proposed for measurements of Lunar physical librations and Lunar dissipative tides. Modern designs for corner cubes include single corner cubes that would not spread the pulse in time (Otsubo et al., 2010). An alternative to retro-reflectors, optical transponders would provide a strong signal (Bender et al., 1990; Yoshino et al., 1999), but they require power. For a new big size corner cubes reflectors(bsCCR) and stable long-time radio beacons will be located on new Lunar landers. Sensitivities to a dissipative physical libration and tidal displacements would be enhanced by a broad geographical spread of the bsCCR, radio beacons,

seismometers and optical telescopes on Lunar poles at ChangE-5/6, Luna-25/26,27, ILOM projects [2,3].

A review of the modern main problems of the Moon below will be presented.

List of the main problems of the Moon: Celestial mechanics, selenodesy, dynamics:

1. Reliable sources of free libration and free nutation.
2. Origin of the Lunar offset 0.27'' arcs in pole and -10.0'' arcs in node.
3. Origin of lunar dissipation and damping time of free nutations and free librations.
4. Precessing pole offset from core term.
5. Rotation momentum and momentum of inertia of mantle, solid inner and liquid outer cores.
6. Effects of non-hydrostatic core-mantle topography and core dynamics acting on the lunar rotation.
5. Improvement of the analytical physical libration theory of the multi-layer Moon.
7. Creation of the lunar astronomical/navigation almanac.
8. Problem of resonant amplification of free librations and nutations of the Moon and moons.
9. Long-lived power source for generation of global magnetic field by Lunar geodynamo.

The main basic problems of Lunar inner dynamics:

- a) The development of the analytical/numerical theory of rotation of two/three-layer Moon with liquid core, the construction of the tables of the Lunar Physical Libration on the basis of the theory; the accuracy of the theory and the tables must be adequate to the high-precision laser/radio ranging data obtained both from the Earth's observation and from the various space projects.
- b) the analyses of the spin-orbital evolution of the Moon, an estimation of the long-lived power source generation and dissipation, the modeling of long-lived period mechanism for maintaining of the lunar free librations (4.0 Ga) and global core dynamo magnetic field (3.0 Ga) by lunar core crystallization or mantle precession.
- c) Analysis of core's differentiation, detailed elaboration of plume-tectonics of a mantle and a crust in the early Moon, an evolution of the core-mantle boundary (CMB), reconstruction of mechanism of interaction of the core and mantle, calculation of the free and forced nutations of a two-layer rigid/liquid lunar cores.

## References:

- [1] Barkin, Yu., Gusev, A., Petrova, N., 2006, The study of the spin-orbit and inner dynamics of the Moon: Lunar mission application. *Advance in Space Research*, v.37, p.72-79.
- [2] Gusev A., H. Hanada, N. Petrova, Kuskov O.L., Kronrod V., Kosov A., Kronrod E., (2015), Rotation, physical librations, internal structure of the active and multi -

layer Moon. Collective monography, Publishing house of Kazan federal University, Kazan, 323pp. (Russian + English).

[3] Gusev A., Petrova N., Hanada N., (2017), "The Moon - 2020+": Scientific booklet, Kazan, Kazan University Publishing House, 4 p.

## Точная математическая модель ньютоновой задачи трех тел

Абраров Д.Л.

*Вычислительный центр им. А.А. Дородницына  
Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» РАН, Москва,  
Россия  
E-mail: abrarov@yandex.ru*

Приводится геометрическая, аналитическая и динамическая модель фазового потока уравнений ньютоновой задачи трех тел. Показывается, что он представляется канонической аналитической связностью в компактификации трехмерного комплексного евклидового пространства посредством отображения инволюции обратимости по времени исходных дифференциальных уравнений. Данная связность геометрически представляет каноническую двойственность трехмерной сферы (пространство с эллиптической геометрией) и трехмерного пространства Лобачевского (пространство с гиперболической геометрией), имеющую интерпретацию функционального аналога платоновой двойственности для правильных четырехмерных многогранников. Аналитическим представлением указанной связности/двойственности является универсальная модулярная параметризация множества эллиптических кривых с рациональными коэффициентами.

Полное множество потенциалов (частных интегралов) фазового потока уравнений ньютоновой задачи трех тел представляется экспонентами от  $L(s, E/\mathbb{Q})$ -функций эллиптических кривых  $E/\mathbb{Q}$  с рациональными коэффициентами. Полученные результаты дополняют результаты автора о точной разрешимости уравнений классической механики (см. [1]). Сформулируем основной результат.

**Теорема.** Фазовый поток  $g_{3b}^s$  дифференциальных уравнений ньютоновой задачи трех тел представляется геодезическим потоком  $Isom \Lambda_{\mathbb{C}}^3$  на комплексном трехмерном аналитическом пространстве Лобачевского  $\Lambda_{\mathbb{C}}^3$  и имеет вид

$$g_{3b}^s = e^{L(s, E/\mathbb{Q})} \cong Isom \Lambda_{\mathbb{C}}^3,$$

где  $E/\mathbb{Q}$ - принадлежит множеству эллиптических кривых над полем  $\mathbb{Q}$ ; функции

$L(s, E/\mathbb{Q})$  представляют функции Хассе-Вейля, определяемые формулой  $L(s, E/\mathbb{Q}) = \prod_{p \text{ is good}} (1 - a_p p^{-s} + p p^{-2s})^{-1} \prod_{p \text{ is bad}} (1 - a_p p^{-s})$ ,  $s \in \mathbb{C}$ ,  $Res > 3/2$ .



## Список литературы

1. Абраров Д.Л. Дзета-модель классической механики. Теоретические и прикладные аспекты. LAP Lambert Academic Publishing, 2016, 276 p. ISBN 978-330-01623-1.

## Эффекты упругости Луны в ее физической либрации

Баркин М.Ю.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*  
*E-mail: barkin@yandex.ru*

В связи с разработкой японского проекта ILOM по изучению вращательного движения Луны с помощью телескопа установленного на поверхности Луны ( в районе северного полюса) возникают повышенные требования к точности аналитического и численного описания ее физических либраций. В частности являются актуальными исследования влияния жидкого ядра Луны, ее твердого ядра, эластичности Луны на ее вращательное движение при высокоточном описании орбитального движения Луны и с учетом резонансного характера движения. В данной работе мы исследуем динамическую роль упругости Луны в движении полюса ее оси вращения и в вариациях длительности суток Луны (около 27.312 сут. в Кассиневой системе координат). В рамках классического подхода рассматривается влияние деформаций Луны вызванных собственным вращением, так и приливными деформациями, вызванными гравитационным притяжением Луны. Получены оценки амплитуд приливных либраций Луны. В работе исследуются тонкие эффекты во вращательном движении деформируемой Луны. Определены физические либрации Луны, вызванные ее приливными деформациями из-за гравитационного притяжения Земли в условиях реальной орбиты. Показано, что упругие свойства Луны приводят к удлинению периода колебаний ее полюса на 7-8 суток.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 17-71-10254

## Определение и исследование множества потенциально столкновительных с Землей в 2036 г. траекторий астероида Апофис

Гуо П.<sup>1</sup>, Ивашкин В.В.<sup>1,2</sup>, Стишно К.А.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН

<sup>2</sup>МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

*E-mail: 869792831@qq.com, Ivashkin@keldysh.ru, fn2cyril@gmail.com*

Астероид (99942) Апофис представляет потенциальную опасность из-за его возможных резонансных тесных сближений с Землей в текущем столетии. В настоящей работе определено и исследовано множество потенциально столкновительных траекторий Апофиса, приводящих астероид к соударению с Землей в 2036 г., получена и изучена вероятная зона падения астероида Апофис на Землю в 2036 г. В первой части работы представлена разработанная методика определения столкновительных траекторий астероида Апофис вблизи номинальной траектории. На основе построенного алгоритма произведены поиск и определение всего множества попадающих траекторий Апофиса, на котором перигейное расстояние меняется от минимально возможного для данного сближения значения,  $\sim 2069$  км, до максимального, радиуса Земного эллипсоида,  $\sim 6375$  км. Построено также несколько его подмножеств, для каждого из которых перигейное расстояние траектории близко к некоторому его фиксированному значению из данного диапазона:  $\{2069 \div 2100; 2500 \pm 1; 3000 \pm 1; \dots; 6360 \pm 1; 6375 \pm 1\}$  км. Во второй части работы получено отображение всего множества попадающих траекторий на поверхность Земли. Определено множество точек вероятного падения астероида на Землю, и на основе этого построена на карте мира столкновительная полоса, т.е. зона падения астероида. Исследованы энергетические, временные и геометрические характеристики попадающих траекторий и этой зоны падения. Сравнение с результатами других авторов по данной проблеме показывает, что они довольно хорошо совпадают.

*Ключевые слова: астероид Апофис, столкновение с Землёй, столкновительная полоса.*

## **Исследование космических траекторий для экспедиции Земля-астероид Апофис-Земля**

Лан А.<sup>1</sup>, Ивашкин В.В.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

<sup>2</sup> Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия

E-mail: [seatu\\_angel@126.com](mailto:seatu_angel@126.com), [Ivashkin@keldysh.ru](mailto:Ivashkin@keldysh.ru)

В работе получены и исследованы траектории для полета космического аппарата (КА) от Земли к опасному астероиду Апофис, для полета КА у Апофиса и для возврата КА к Земле. Определены оптимальные по полезной массе траектории КА для экспедиции при полете в 2019-2022 гг. с общей продолжительностью миссии до двух лет. Показана принципиальная возможность осуществления такой экспедиции с использованием надежных, функционирующих сейчас ракет-носителей типа «Союз» и обычных двигателей большой тяги. В рамках задачи формирования орбиты искусственного спутника (ИС) астероида для наблюдения и исследования этого тела, исследована эволюция орбиты КА как ИС астероида Апофиса. При этом учтено влияние

возмущений трех типов: притяжения нескольких дальних небесных тел (Солнца, Земли, Луны, Венеры и Юпитера), несферичности астероида и давления солнечного света. Показано, что оптимальным выбором орбиты ИС Апофиса можно реализовать миссию с запуском вокруг астероида миниспутника с радиомаяком, с длительным, в течение нескольких лет, стабильным движением этого ИС у астероида - для повышения точности определения орбиты Апофиса с помощью наземных измерений параметров движения ИС.

*Ключевые слова: астероид Апофис, экспедиция Земля-астероид-Земля, оптимальные траектории КА, искусственный спутник астероида, эволюция орбиты спутника.*

## **Динамическая эволюция ядра метеорного потока Квадрантиды**

Самбаров Г.Е.<sup>1</sup>, Молчанов Е.А.<sup>1</sup>, Галушина Т.Ю.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Научная рота Космических войск Воздушно-космических сил, Россия*

<sup>2</sup> *Томский государственный университет, Томск, Россия*

*E-mail: detovelli@mail.ru, egor.molchanov@gmail.com*

Данная работа посвящена динамике астероида (196256) 2003 EN<sub>1</sub>, который принадлежит к группе Амура. Известно, что астероид 2003 EN<sub>1</sub> связан с одним из главных ежегодных метеорных потоков – Квадрантид.

Первым шагом в исследовании динамики является анализ влияния различных возмущающих факторов на движение астероида. В данной работе набор оцениваемых возмущений включал в себя влияние больших планет, Плутона, Луны, Цереры, Паллады, Весты; сжатия Солнца, Земли и Юпитера; релятивистских эффектов от Солнца, больших планет, Плутона и Луны. В результате проведенного исследования было выявлено, что наиболее значимое влияние на динамику 2003 EN<sub>1</sub> оказывают гравитационные силы Солнца, больших планет и Луны и релятивистские эффекты (РЭ) Солнца.

Исследования хаотичности и эволюции астероида 2003 EN<sub>1</sub> были проведены путем численного интегрирования дифференциальных уравнений движения его номинальной орбиты вместе с 500 тестовыми частицами. Интервал времени (1000 г, 2000 г.) определен путем оценки точности интегрирования. Для выявления хаотичности движения использовался параметр MEGNO.

Юпитер является доминирующим фактором, влияющим на этот объект, и поэтому были рассмотрены апсидально-нодальные резонансы с ним. Хорошо известно, что хаос возникает там, где резонансы перекрываются. В работе Чирикова Б.В. взаимодействие резонансов понимается как одновременное воздействие нескольких резонансов. В нашем случае рассмотрен весь спектр апсидально-нодальных резонансов до 2-го порядка включительно. Кроме того, астероид (196256) 2003 EN<sub>1</sub> находится в окрестности орбитальных резонансов

2:1 с Юпитером, 9:1 с Венерой и 3:1 с Марсом, что оказывает сильное влияние на эволюционную картину. Орбитальные элементы показывают периодические изменения с интервалом в 60 лет. Аналитически эта периодичность связана с резонансом 2:1 с Юпитером. Если посмотреть на критический аргумент, то он циркулирует с таким же интервалом. Все эти резонансы неустойчивые. Резонанс 9:1 с Венерой после 1500 года переходит через нулевое значение, попадая в нестабильное состояние, что приводит к переходу критического аргумента из состояния циркуляции в режим либрации на малых интервалах с 1500-1750гг и с 2000-2500гг. Резонанс 3:1 с Марсом имеет аналогичную ситуацию, ярко проявляя свои неустойчивые колебания на интервале 2000-2500гг. Все эти резонансы имеют большую амплитуду либраций.

Представленные результаты исследования орбитальной эволюции (196256) 2003 EN1 показывают, что орбита этого объекта в ходе эволюции существенно изменяется. Эти изменения объясняются сближениями с Юпитером и перекрытием различных апсидально-нодальных резонансов. Присутствие этих резонансов приводит к значительному увеличению эксцентриситета, а также их перекрытие приводит к проявлению хаотизации движения астероида.

*Ключевые слова: геостационарная орбита, системы управления ориентацией и стабилизацией, система контроля космического пространства.*

## **О влиянии параметров болидов на их движение и разрушение в атмосфере Земли**

Н.Г. Сызранова, В.А. Андрущенко

*Институт автоматизации проектирования РАН, Москва, Россия*

*E-mail: nina-syzranova@ya.ru*

В настоящей работе моделируется движение и разрушение болидов в атмосфере Земли. Огромная скорость (~10-30 км/с) приводит к возникновению в ударном слое около них давлений и температур порядка десятков тысяч атмосфер и десятков тысяч градусов. При этих условиях происходит интенсивное испарение, плавление материала болидов, а также их разрушение, в большинстве случаев фрагментация. Следует отметить, что каждое метеорное тело существенно индивидуально: на процессы его взаимодействия с атмосферой влияют как параметры входа в атмосферу, так и теплофизические и прочностные характеристики материала объекта. Поэтому исследование движения и разрушения каждого конкретного метеорного тела является самостоятельной задачей. Важными факторами, которые здесь учитываются, – это переменность параметра уноса массы болида в результате радиационно-теплого воздействия (в большинстве работ он полагается постоянным), а также процесс его фрагментации при движении. В качестве примера проанализировано движение и разрушение четырех конкретных болидов:

Сихотэ-Алинского (1947г.), Бенешов (1991г.), Куня-Ургенчского (1998г.) и Челябинского (2013г.), которые существенно различаются своими размерами, свойствами материала и траекторными параметрами. Эти метеориты были выбраны для верификации разработанных моделей как объекты с наибольшим объемом данных об их характеристиках.

Исследования проводятся на основе уравнений метеорной физики с учетом для каждого объекта дополнительных физических факторов, в том числе, полученных с использованием результатов гиперзвуковой аэродинамики. Учитываются два механизма передачи тепла от газа к поверхности тела, вызывающие интенсивное испарение материала поверхности: конвективный и радиационный. Установлено, что в зависимости от размера и скорости объекта, может преобладать тот или иной механизм теплопередачи. Процесс фрагментации тела рассматривается в рамках модели последовательного дробления с учетом влияния масштабного фактора на предел прочности объекта. Ввиду сложности рассматриваемых явлений дополнительно используются результаты наблюдений. Полученные результаты качественно правильно отражают процесс разрушения метеорных тел в атмосфере, дают возможность провести анализ и сделать заключение о характере их разрушения в атмосфере Земли.

*Ключевые слова: болид, движение, разрушение, теплопередача.*

## **Об экстремальной задаче, решения которой приближенно удовлетворяют правилу Тициуса – Боде.**

Прошкин В.А.

*МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

Рассмотрим задачу об оптимальном одноимпульсном перелете за пределы планетной системы с некоторой круговой орбиты вокруг центрального тела с помощью гравитационного маневра в сфере действия одной из планет. В простейшей модели эта задача имеет два локально оптимальных решения, в которых при перелете с орбиты одной из планет системы оказывается оптимальным использовать гравитационные поля соседних с ней планет. Абсолютный минимум дает верхний сосед.

## **Study of the long-term Chandler wobble**

Zotov L.V.<sup>1</sup>, Bizouard C.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> National Research University Higher School of Economics, Moscow Institute of Electronics and Mathematics, Russia

<sup>2</sup> SYRTE, Observatoire de Paris, PSL Research University, CNRS, Sorbonne Universites, UPMC Univ., France

*E-mail: wolftempus@gmail.com, christian.bizouard@obspm.fr*

We study the Chandler wobble (ChW) of the pole, using such methods for its extraction as singular spectrum analysis and Panteleev filtering. The ChW has average period of 433 days, changing amplitude of 0.2 mas is average and phase jump in 1930-th. The ChW amplitude decreased in 1930-th and the 2010-th almost to zero. The ChW envelope model contains 83- and 42-year quasi-periodicities. Based on the Euler-Liouville equations we solved the inverse problem of chandler input excitation reconstruction [2]. The excitation envelope was found to have 20-year variations. We explained this from simple basics and proved, that to see 40-year modulation of ChW we must have 20-year variations on excitation amplitude.

More than this, the excitation must increase the amplitude of ChW for 20 years and damp it for another 20-year time span.

The analysis of the modulated signal with 433-day carrier frequency in a sliding window demonstrates the specific effect, we called the “Escargot effect”, when instantaneous quasi-retrograde component appears in the purely prograde (at long-time scale) signal. Chandler excitation envelope and amplitude of this instantaneous retrograde component looks similar, what was explained through the consideration of the Euler-Liouville equation.

In our work we also present the study of the long-term behavior of the Earth gravity coefficient  $J_2$  in aspect of its possible influence on Length of Day (LOD) and answering the question: are the climate changes and Earth rotation interrelated?

This work is supported by Russian Foundation of Basic Research N 16-05-00753, Paris Observatory and NRU HSE.

*Key words: Earth rotation, atmospheric angular momentum, Chandler wobble, climate change.*

## **Секция 5 БАЛЛИСТИКА. МЕХАНИКА КОСМИЧЕСКОГО ПОЛЕТА**

### **О безударности процесса отделения корабля «Союз» от неуправляемой Международной космической станции**

Анфалов А.С., Богомолов Н.В., Борзых С.В., Хомяков М.К.

*ПАО РКК «Энергия» им. С.П. Королёва, Королёв, Россия  
E-mail: a\_s\_anfalov@mail.ru, nbogomolov1992@gmail.com, sergey.borzykh@rsce.ru,  
mkelektro1@yandex.ru*

Рассматривается процесс отделения транспортного пилотируемого корабля (ТПК) «Союз МС» от неуправляемой Международной космической станции (МКС) текущей конфигурации по принятому алгоритму срочной расстыковки с переходом на срочный спуск. Приводятся результаты моделирования движения МКС под действием силы тяжести и гравитационного

момента в течение двух витков после потери управления. Делается вывод о применимости данного алгоритма для случаев отделения ТПК «Союз МС» от малых исследовательских модулей «Рассвет» и «Поиск» при возникновении нештатных или аварийных ситуаций, приводящих к эвакуации экипажа по действующей методике.

*Ключевые слова: транспортный пилотируемый корабль «Союз», Международная космическая станция, процесс отделения, относительное движение, срочная расстыковка, срочный спуск.*

## **Разработка алгоритма определения оптимального перехода космического аппарата на высокие орбиты искусственного спутника Луны с большими наклонениями**

Гордиенко Е.С.<sup>1</sup>, Ивашкин В.В.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Научно-производственное объединение им. С.А. Лавочкина, Химки, Россия

<sup>2</sup>Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша, РАН, Москва, Россия

E-mail: ges@laspace.ru, Ivashkin@keldysh.ru

Исследована задача оптимального выведения космического аппарата от Земли на высокие круговые орбиты Искусственного Спутника Луны радиусом 4 – 8 тыс. км с большими наклонениями, 60-120°. При анализе учтены возмущения от нецентральности поля Луны, притяжения Земли и Солнца, конечности тяги двигателя. Показано, что трехимпульсный переход заметно лучше по конечной массе, чем обычное одноимпульсное торможение. Выявлено, что в случае реального гравитационного поля существует оптимальное максимальное расстояние маневра и теперь точки оптимального приложения импульсов скорости не являются апсидальными, а векторы импульсов скорости в этих точках отклоняются от векторов текущей скорости.

*Ключевые слова: искусственный спутник Луны, оптимальные межорбитальные переходы; одноимпульсный переход, трехимпульсный переход, апсидальный переход, неапсидальный переход.*

# Проектные параметры орбитальной тросовой системы для реализации функций антенно-тормозного устройства

Иванов В.А., Купреев С.А., Ручинский В.С.

*МАИ (национальный исследовательский университет), Москва, Россия*

*E-mail: 2svr@mail.ru*

Доклад посвящен разработке методики расчета основных проектных параметров орбитальных тросовых систем (ТС) для реализации функций антенно-тормозного устройства (АТУ) на круговых и эллиптических орбитах.

Разработана совокупность математических моделей компланарного и пространственного управляемого движения связанных объектов на круговых и эллиптических орбитах. Рассмотрено влияние весомости троса на динамику связи.

На основе математического аппарата качественной теории динамических систем и теории бифуркаций: изучаются методы полного качественного и количественного исследования динамических систем движения связанных объектов при фиксированной длине троса на круговых и эллиптических орбитах, определены бифуркации изучаемых систем и бифуркационные значения параметров, которые определяют всю совокупность характеристик движения ТС и особенности функционирования АТУ на эллиптических орбитах.

Изучаются способы расчетов основных проектных параметров орбитальных ТС для реализации функций АТУ на круговых и эллиптических орбитах при условии нахождения связанных объектов на связи, когда движение ТС осуществляется при натянутом соединительном тросе.

В результате исследования полной совокупности качественных структур динамических систем определены возможные режимы относительного движения связанных объектов.

На круговых орбитах это: равновесный стационарный режим, режим колебаний АТУ относительно вертикального положения равновесия, режим вращения АТУ вокруг центра масс (ЦМ).

На эллиптических орбитах: режим колебаний АТУ относительно вертикального положения, режим вращения АТУ вокруг ЦМ.

Исследованы области начальных условий, в которых могут быть реализованы определенные режимы.

Разработана методика определения параметров абсолютного движения наноспутника (НС) на эллиптических орбитах при различных режимах движения АТУ и методика оценки снижения АТУ до входа в плотные слои атмосферы.

В процессе дальнейших исследований по данной теме предполагается более точное решение задачи снижения АТУ до входа в плотные слои атмосферы. Показано, что для функционирования НС на круговых орбитах



движение связки на этапе развертывания ТС должно осуществляться в режиме колебаний относительно вертикального положения равновесия. Для вывода НС на более высокие эллиптические орбиты могут использоваться либо равновесный стационарный режим движения связки, либо режим колебаний относительно вертикального положения равновесия.

В первом случае заранее может быть зафиксирована только высота перигея орбиты НС, а высота апогея определяется значениями параметров движения ТС в момент расцепления связки.

Во втором случае за счет соответствующего расчета параметров режима колебаний может быть обеспечено движение НС по заданной эллиптической орбите.

*Ключевые слова: качественная теория динамических систем, теория бифуркаций, математические модели компланарного и пространственного управляемого движения связанных объектов, орбитальная тросовая система, антенно-тормозное устройство, круговые орбиты, эллиптические орбиты, проектные параметры.*

#### **Список литературы**

1. Иванов, С.А. Купреев, В.С. Ручинский В.С. Орбитальное функционирование связанных космических объектов. – М.: ИНФРА-М, 2014. – 320 с.
2. Иванов, С.А. Купреев, В.С. Ручинский В.С. Космические тросовые системы – М.: Альфа-М: ИНФРА-М, 2014. – 208 с.

## **Проектные параметры орбитальных тросовых систем при функционировании наноспутников на круговых орбитах**

Иванов В.А., Купреев С.А., Ручинский В.С.

*МАИ (национальный исследовательский университет), Москва, Россия  
E-mail: 2svr@mail.ru*

Рассматривая функционирование тросовой системы с включением наноспутника (НС), следует иметь в виду, что по кеплеровой орбите совершает движение центр масс антенно-тормозного устройства (АТУ). Поэтому в дальнейшем, говоря о движении НС по круговой орбите, мы будем подразумевать движение центра масс данной тросовой системы(ТС).

При записи расчетных зависимостей определения значений основных проектных параметров ТС воспользуемся результатами исследований, изложенных в работах [1-2].

Исследования показывают, что для вывода АТУ на круговую орбиту необходимо использовать режим колебаний ТС относительно вертикального положения равновесия с амплитудой  $60^\circ$  с расцеплением связки в момент

прохождения ТС вертикального положения в той фазе колебаний, когда угловая скорость ТС противоположна по направлению к угловой скорости базового объекта (БО) системы.

В докладе приведены результаты расчетов длины троса для радиуса орбиты космического аппарата «Фотон-М» для различных значениях высот орбит НС от 300 до 500 км .

Для рассматриваемых исходных данных длина троса превышает 90 км при высоте орбиты НС превышающей 375 км. Это слишком большая величина. Показано, что для ее уменьшения можно воспользоваться увеличением высоты орбиты БО связки.

Результаты, представленные в докладе, иллюстрируют применение НС на достаточно высоких орбитах в случае БО, движущегося по орбите радиусом 6781 км. Видно, что в этом случае длина троса оказывается существенно меньше, чем в предыдущем случае.

При проведении расчетов предполагалось, что центр масс ТС, образующей АТУ располагается посередине связки, то есть, на расстоянии  $D_1/2$  от ее концевых элементов.

Рассмотренный подход позволяет осуществить построение цепочки НС на круговых орбитах. Если функционирование НС должно осуществляться на некоторой фиксированной высоте, то ТС, представляющая АТУ должна осуществлять движение в равновесном стационарном режиме. Тогда центр масс ТС будет двигаться по круговой орбите, соответствующей орбитальной угловой скорости, а сам НС и второй концевой объект ТС - совершать полет по соответствующим круговым траекториям. Появившиеся после расцепления связки угловые колебания ТС могут быть погашены за счет применения простейших демпфирующих устройств.

Если НС должен функционировать в некотором достаточно узком диапазоне высот, то такое движение ТС может быть реализовано за счет применения режима колебаний АТУ с некоторой амплитудой относительно вертикального положения равновесия ТС или режима вращения ТС вокруг центра масс.

*Ключевые слова: тросовая система, наноспутник, антенно-тормозное устройство, базовый объект, центр масс, космический аппарат, круговая орбита, режим колебаний, режим вращения вокруг центра масс, равновесный стационарный режим.*

## **Список литературы**

1. *Иванов, С.А. Купреев, В.С. Ручинский Орбитальное функционирование связанных космических объектов. – М.: ИНФРА-М, 2014. – 320 с.*
2. *Иванов, С.А. Купреев, В.С. Ручинский Космические тросовые системы – М.: Альфа-М : ИНФРА-М, 2014. – 208 с.*

# **О безопасных орбитах космической станции, соединенной двумя тросами с прецессирующим астероидом**

Родников А.В.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

*E-mail: avrodnikov@yandex.ru*

Рассматривается задача поиска и анализа условий существования безопасных движений космической станции, связанной тросами с малой планетой. Изучается случай, когда астероид представляет собой динамически симметричное твердое тело, причем тросы закреплены на его полюсах. Устанавливается, что положения относительного равновесия станции в системе отсчета, связанной с осями прецессии и динамической симметрии являются безопасными орбитами при выполнении некоторых ограничений на силу гравитации астероида, выражаемых геометрическими диаграммами. Выводятся общие условия существования безопасных орбит других типов.

*Ключевые слова: космическая тросовая система, астероид, космическая станция, устойчивость.*

## **СЕКЦИЯ 6 ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА, ТЕОРИЯ КОЛЕБАНИЙ**

### **Метод ускоренной сходимости для решения векторных обобщенных краевых задач на собственные значения и функции**

Акуленко Л.Д.<sup>1,2</sup>, Гавриков А.А.<sup>2</sup>, Нестеров С.В.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

<sup>2</sup>*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия  
E-mail: l.akulenko@bk.ru, gavrikov@ipmnet.ru, s.v.nesterov@bk.ru*

Разработан метод ускоренной сходимости для решения векторных краевых задач на собственные значения и функции с нелинейной зависимостью коэффициентов уравнения от спектрального параметра. С его помощью могут быть найдены собственные значения и функции для обобщенных скалярных и векторных краевых задач типа Штурма-Лиувилля с самосопряженными граничными условиями. Метод основан на итерационной процедуре со спектральной коррекцией на каждом шаге, сходится для достаточно близкого начального приближения к искомому собственному значению с квадратичной скоростью сходимости и обеспечивает двустороннюю оценку собственного

значения. Приведено несколько тестовых примеров, а также рассмотрен пример решения задачи о собственных поперечных колебаниях неоднородного стержня Рэлея.

Метод представляет собой обобщение метода ускоренной сходимости, разработанного авторами для скалярных задач Штурма-Лиувилля. В отличие от других методов стрельбы, здесь функция промаха определяется как разность между длиной интервала постановки краевой задачи для искомого собственного значения и длиной интервала краевой задачи для текущего приближения собственного значения, что позволяет ввести производную собственного значения по длине интервала и использовать ее для спектральной коррекции типа Ньютона.

Метод также допускает распространение и на более общие краевые задачи на собственные значения, включая краевые задачи на собственные значения для линейных гамильтоновых систем.

*Ключевые слова:* векторная краевая задача, собственные значения, собственные функции, задача Штурма-Лиувилля.

## **Эффективный численно-аналитический метод квадратической сходимости для решения обобщенной краевой задачи типа Штурма–Лиувилля**

Гавриков А.А., Нестеров С.В.

*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия  
E-mail: gavrikov@ipmnet.ru, s.v.nesterov@bk.ru*

Рассматривается обобщенная краевая задача Штурма-Лиувилля, в которой коэффициенты уравнения и граничные условия полагаются зависящими от спектрального параметра. Разработан численно-аналитический алгоритм нахождения собственных значений и функций. Метод обладает квадратической сходимостью и позволяет получить двустороннюю искомого собственного значения. Проведены тестовые расчеты для примеров, имеющих аналитическое решение. Рассмотрена задача о собственных колебаниях струны неоднородной (линейной по координате) плотности с массой на правом конце. Построены зависимости низшего собственного значения от массового параметра для свободных условий и условий закрепления на левом конце.

Основное отличие предлагаемого алгоритма от других, основанных на том или ином способе стрельбы, заключается в определении промаха как разности длин интервалов постановки задачи и коррекции типа Ньютона текущего значения спектрального параметра, причем коррекция проводится не по значению производной от функции промаха, характеризующей точность выполнения краевых условий, а по значению производной от собственного значения. Фактически выполнено обобщение метода ускоренной сходимости,

разработанного в том числе для задач с нелинейными по параметру коэффициентами уравнения, на задачи с граничными условиями, зависящими от параметра.

*Ключевые слова: собственные значения, собственные функции, обобщенная задача Штурма-Лиувилля.*

## **Контроль натяжения троса судового датчика TAUTWIRE в системах динамического позиционирования**

Алышев А.С.<sup>1,2</sup>, Ромаев Д.В.<sup>1</sup>, Мельников В.Г.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*АО НАВИС, Санкт-Петербург, Россия*

<sup>2</sup>*Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия*

Рассматривается электромеханический датчик типа TautWire, считающийся одним из наиболее надежных датчиков положения судна. Особенностью данного датчика является необходимость контроля силы натяжением его троса для обеспечения корректного определения позиции судна. В работе произведен синтез системы управления и сравнительный анализ двух методов для поддержания силы натяжения троса. В основе первого метода лежит многоконтурная система управления с прямым регулированием натяжения, в основе второго - компенсирующее устройство в виде пневматического компенсатора с возможностью контроля положения поршня. Для обоих методов составлены математические модели управляемых электромеханических систем, включающие в себя модели синхронных сервоприводов, механических передач, редукторов, троса и пневматического компенсатора. Для описания возмущений, воздействующих на трос, рассмотрена модель судна с вертикально-бортовой качкой с малой амплитудой колебаний. Синтез векторной системы управления для первого метода проведен с использованием метода подчиненного регулирования, где регулятор для внешнего контура управления построен по методу «последовательного компенсатора» с неучтенной динамикой и адаптивной подстройкой параметров регулятора при ограничении на управление. Для второго метода построена корректирующая система управления по положению поршня с заданием желаемых показателей качества. В работе также приводится сравнительная оценка точности измерений датчика в условиях наличия и отсутствия течения, приведены расчетные формулы для определения местоположения судна. Работа выполнена при поддержке АО НАВИС и грантов РФФИ 16-08-00997, 17-01-00672.

*Ключевые слова: датчик TautWire, система динамического позиционирования, синхронный электропривод, адаптивное управление, пневматический компенсатор, поддержание натяжения троса.*

# Метод идентификации моментов инерции космического аппарата на геостационарной орбите

Алышев А.С.<sup>1,2</sup>, Мельников В.Г.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>АО НАВИС, Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup>Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия

В работе рассматривается задача идентификации тензора инерции космического аппарата, двигающегося по круговой геостационарной орбите под воздействием возмущающих моментов: гравитационного, магнитного и солнечного давления. Для решения задачи предлагается использовать энергетический подход, связанный с использованием симметричных полуоборотных двухэтапных программных разгонно-тормозных движений. Для задания программных движений предлагается использовать инерционный способ с использованием маховиков-гиродинов. Алгоритм идентификации основан на определении активных моментов сил приложенных к космическому аппарату, создаваемых гироскопами и измерению угловых скоростей космического аппарата и маховиков. Активные моменты сил определяются с учетом диссипации энергии в электроприводе в виде электрических, механических, статических и коммутационных потерь. Ввиду симметричности движений с высокой степенью снижается воздействие внешних возмущающих моментов на результат измерений. Приведена математическая модель вращательного движения космического аппарата, алгоритм идентификации и расчетные формулы для определения осевых и центробежных моментов инерции.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 16-08-00997, 17-01-00672.

*Ключевые слова* космический аппарат, момента инерции, маховик, симметричные движения, БДПТ.

## К вопросу применения управляемых затяжек в адаптивных конструкциях

Астахов М. В., Грачева Е. В.

Калужский филиал МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, Россия

E-mail: mvastahov@gmail.com, gracheva.e@rambler.ru

Рассмотрено применение принципов теории автоматического управления для проектирования адаптивных конструкций. Предлагаются два типа актуатора и описание их действия. Приведена конструкция актуаторов на основе почти мгновенно изменяемых систем, содержащих механизм в виде силовой конструкции, реализующий принцип управления по возмущению.

Обсуждается создание универсального актуатора балочного типа на основе металлокомпозитной сэндвичевой системы.

*Ключевые слова: механизм, адаптивная конструкция, управляемая затяжка, почти мгновенно изменяемая система, актуатор, управляемая внутренняя сила, управляющая сила, напряженно-деформированное состояние.*

## **Вычислительные эксперимент по разгрузке автосамосвала на наклонной площадке**

Барышников Ю.Н.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия  
E-mail: mhhs@list.ru*

В докладе изложены результаты вычислительного эксперимента по разгрузке автомобиля-самосвала. Эксперимент поставлен на математической модели автомобиля, построенной на основе уравнений Лагранжа. Рассмотрен случай разгрузки груза как монолитной глыбы. До начала движения (разгрузки) груза подъем платформы моделируется как квазистатический процесс, поскольку угловая скорость подъема мала и постоянна. В дальнейшем при движении груза математическая модель представлена в виде системы дифференциальных уравнений. После принятия ряда допущений ее решение удалось существенно упростить. Предложен алгоритм решения задачи, реализующий метод пошагового изменения параметров. В процессе вычислительного эксперимента сначала на ровной площадке изменялся угол наклона грузовой платформы до ее полной разгрузки. Затем угол наклона площадки увеличивался на один шаг и процесс разгрузки повторялся. В результате эксперимента исследовано силовое взаимодействие платформы и рамы. Кроме того вычислен предельно допустимый угол наклона площадки, исключающий опрокидывание автосамосвала.

Предложенный подход позволяет уже на ранней стадии проектирования проводить многовариантные расчеты автомобиля с целью выбора оптимального конструктивного решения.

## **Особенности проектирования дорожной одежды в зоне размещения датчика веса**

Гаврюшин С.С.<sup>1</sup>, Годзиковский В.А.<sup>2</sup>, Смирнов М.В.<sup>1</sup>

*<sup>1</sup>МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия  
<sup>2</sup>ЗАО «ВИК «Тензо-М», Московская область, Россия*

В целях предотвращения разрушения и увеличения прочности дорожного покрытия в зоне размещения датчика веса необходим расчет дорожного

покрытия. Для автоматизации этого процесса была разработана программа, взаимодействующая с САЕ комплексом ANSYS. С помощью данной программы были рассмотрены три различные конфигурации датчиков веса и один тип дорожной одежды. Расчёт проведён при разных температурах окружающей среды. Результаты расчёта показывают распределение напряжений в дорожном покрытии, зоны перенапряжений. Разработанная программа позволяет смоделировать произвольные конфигурации дорожной одежды, датчика, колеса автомобиля.

*Ключевые слова: автоматизация, дорожная одежда, прочность, датчик веса, коэффициент разветвления силы, ANSYS.*

## **Метод Лагранжа с независимой контактной поверхностью для решения двумерных контактных задач теории упругости**

Глизнуцина П.В.<sup>1</sup>, Лукин В.В.<sup>1,2</sup>, Галанин М.П.<sup>1,2</sup>, Родин А.С.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>*Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия*

<sup>2</sup>*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

*E-mail: gliznutsinapv@gmail.com*

Рассмотрена модификация метода множителей Лагранжа для решения контактных задач теории упругости методом конечных элементов, предполагающая аппроксимацию контактной поверхности с помощью независимой кривой. Вдоль этой кривой строится аппроксимация интеграла от множителей Лагранжа, имеющего смысл работы контактных сил. Построение кривой производится в форме параметрического сплайна, рассмотрены различные варианты выбора его параметров. Рассмотрены тестовые задачи, демонстрирующие работоспособность методики.

*Ключевые слова: контактные задачи, метод множителей Лагранжа, сплайн-аппроксимация, метод конечных элементов.*

## **Об особенностях формирования математической модели ракеты пакетной конструкции методом Даламбера-Кейна**

Докучаев Л.В.

*Центральный научно-исследовательский институт машиностроения, Королев, Россия*

*E-mail: doklev@mail.ru*

Рассматриваются особенности динамических характеристик упругой конструкции ракеты пакетной компоновки. В отличие от традиционных форм поперечных колебаний корпуса ракеты тандемной компоновки в пакете



проявляются формы, имеющие пространственный характер и связанные с продольными и крутильными колебаниями боковых блоков. Обращается внимание на простоту и наглядность составления общих уравнений динамики в форме Даламбера-Кейна, а также на особенность проекций сил перегрузки и тяги маршевых двигателей на связанные и инерциальные оси.

*Ключевые слова: динамическая схема, колебания упругого корпуса, ракета пакетной конструкции, ракета-носитель, собственные частоты, жидкое топливо, блоки.*

## **Критерий для обсуждения обобщенного закона Гука**

<sup>1</sup>Дуйшеналиев Т.Б., <sup>2</sup>Мекенбаев Б.Т., <sup>2</sup>Дуйшеналиев Ч.Т.

<sup>1</sup>НИУ «Московский энергетический институт», Москва, Россия

<sup>2</sup>Кыргызский государственный технический университет им. И.Раззакова, Республика Кыргызстан  
E-mail: duishenaliev@mail.ru

Результаты опытов на осевое сжатие и растяжение обсуждаются следующими соотношениями, полученными из решения краевой задачи о равновесии цилиндра, граничные условия на торцах которого упрощены на основе суженного и общего принципов Сен-Венана. Полученные таким образом равенства - не обобщенный закон Гука, а тот его вид, в котором незримо присутствуют принципы Сен-Венана. Имея ввиду это, эти уравнения следует называть соотношениями Гука – Сен-Венана. В этом свете, отклонение опытных данных от соотношений должно обсуждаться не как отклонение от обобщенного закона Гука, а от его упрощенного вида. Суженый принцип Сен-Венана имеет теоретическое доказательство. А общий принцип такого доказательства не имеет. Неоднократные попытки его доказательства, как известно, не увенчались успехом.

В работе проведено интегрирование уравнения осевого движения, при котором использован обобщенный закон Гука и граничные условия на основаниях и боковой поверхности цилиндрического образца. Получено уравнение для осевого растяжения и сжатия сплошных цилиндров без учета влияния гипотезы об одноосности напряженного состояния. Оно связывает нагрузку осевой и кольцевой деформациями.

Это уравнение может выступать как критерий для обсуждения обобщенного закона Гука, дает новое толкование диаграмме нагрузка-деформация и хорошо описывает результаты опытов на всем его протяжении при одних и тех же значениях констант материалов.

*Ключевые слова: уравнение движения, граничные условия, краевая задача, принципы Сен-Венана, обобщенный закон Гука, нагрузка, деформация, напряжение.*

## **Моделирование процесса виброударной обрубки точного литья по выплавляемым моделям**

Еремьянц В.Э., Дроздова И.С.

*Кыргызско-Российский Славянский университет, Бишкек,  
Республика Кыргызстан  
E-mail: eremjants@inbox.ru*

Предложена модель блока отливок в виде оснащенного стержня с распределенными параметрами. Установлены зависимости усилий в сечениях центрального литникового стержня и в питателях, соединяющих отливки с центральным стержнем, от различных факторов. Полученные закономерности позволяют научно обоснованно подходить к проектированию блоков отливок и выбору условий их нагружения при виброударном отделении отливок.

*Ключевые слова: блок отливок, литниковый стержень, питатели, отливки, модель, оснащенный стержень, удар, усилия в стержне и питателях.*

## **Устойчивость тонкого диска при осевом вальцевании по замкнутому кольцевому контуру**

Карпачев А.Ю.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия  
E-mail: a-karpachev@mail.ru*

В докладе изложен предлагаемый метод расчета внутренних (остаточных) напряжений диска в виде тонкой кольцевой пластины, полученных в результате осевого деформирования (путем вальцевания по окружности). Показано их влияние на его динамические характеристики и устойчивость плоской формы равновесия при неравномерном нагреве. Приведены данные, проведенных расчетов значений предельно допустимых осевых напряжений непосредственно для вальцевания, не приводящих к формированию остаточного напряженно-деформированного состояния, вызывающего искажения плоской формы диска. Решение подобных задач, связанных с созданием в конструкциях заданных внутренних напряжений, служит основой и резервом повышения работоспособности изделий машиностроения.

*Ключевые слова: остаточные напряжения, устойчивость, диск.*

# **Analytical solution of the problem of deflection of a truss with an arbitrary number of panels**

Kirsanov M. N.

*National Research University "Moscow Power Engineering Institute",  
Moscow, Russia  
E-mail: c216@ya.ru*

This article presents the formulae derived for statically determinate flat truss under load distributed in the bottom belt depending on the number of panels. The triangular truss lattice with triple diagonals is symmetric with respect to the middle. In order to calculate the forces in the rods, method of joints is used. The equation of equilibrium in symbol form were solved using the Maple symbolic mathematics software package. Different stiffness coefficients for belt and lattice rods are considered when calculating the deflection using Maxwell–Mohr's formula. For the purpose of synthesis of a number of solutions for the trusses with different numbers of panels in case of arbitrary number of panels, the induction method and special Maple functions for creation and solution the recurrent equations were used. As a result, some limit properties of solution were discovered.

*Keywords: truss, exact solution, limit properties, lattice, deflection.*

## **Deformation analysis of flat hinged-rod ring spring**

Kirsanov M. N.

*National Research University "Moscow Power Engineering Institute",  
Moscow, Russia  
E-mail: c216@ya.ru*

Proposed analytical calculation of the U-shaped octagonal structure under the action of various loads. The design consists of five types of rods with different length and section. A formulas for forces in the most compression and tie rods are obtained. Forces in statically determinate structures are found using cut nodes. The deformation is assumed to be flat. The formulas for the displacements of the ends depending on size, load and number of sections are obtained. The problems of deformation of the structure by moments and the problem of the opening of the spring under the action of compressive forces evenly applied to the nodes one of the faces are solved. Apply the Maxwell - Mohr's formula and method of induction to generalize the solution for an arbitrary number of sections. All conversions are performed in the system of symbolic mathematics Maple. For creating and solving homogeneous recurrence equations special operators of the genfunc package are used. The recurrence equation for problems of disclosure of the spring by forces and the problem of strain by balanced moments are the same. In the problem of the flattening of the spring by

uniform load the order of recurrent equations is higher. The asymptotic solution identified some features of problem. The graphs of the solutions are given. One example of installation of a spring on a smooth cylinder is calculated. From the condition of achieving in the most compressed rod the critical force of buckling calculated the loads on the ends of the spring. Diameter of mounted cylinder is defined as the sum of the offset calculated for the load and clearance of the spring.

*Keywords: spring, exact solution, deflection, strength, induction, Maple.*

## **Оценка показателей работы мышц ног по данным фронтальных стабилотрамм**

Кручинин П. А.<sup>1</sup>, Троицкий К. А.<sup>1</sup>, Холмогорова Н. В.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*МГУ им. М.В.Ломоносова, Москва, Россия*

<sup>2</sup>*МПГУ, Москва, Россия*

*E-mail: pkruch@mech.math.msu.su, natalya\_holmogor@mail.ru*

В настоящей работе предлагается подход к вычислению по данным стабилотрамматора механической работы мышц ног в виде интеграла от модуля мощности развиваемой мышцами. Обсуждается применение такой оценки для движения человека во фронтальной плоскости. Для моделирования движения человека в этом направлении используется упрощенная модель трехзвенника с одной степенью свободы, у которого два звена параллельны, и опираются на платформу. Эти звенья моделируют прямые ноги. Третье звено – туловище с руками и головой, моделируется единым твердым телом. Эта модель описывает движение эквивалентного перевернутого маятника и используется для оценки суммы моментов в тазобедренных суставах и угловой скорости поворота ног. Для сагиттальной плоскости уравнения движения модели перевернутого маятника выглядят проще, однако имеет место наклон туловища вперед, для определения величины которого методами стабилотраммрии требуется нетривиальная дополнительная информация. Поэтому ограничимся здесь анализом фронтальной составляющей.

Решение дифференциального уравнения, описывающего движение перевернутого маятника, неустойчиво и поэтому ошибка определения угла при численном интегрировании будет экспоненциально нарастать. Эта ошибка парируется, с использованием априорной информации о средних значениях угла наклона и скорости его изменения в начале и конце движения.

Для первоначального представления рассчитаны показатели работы мышц 10 добровольцев для стандартных стабилотраммрических проб: теста Ромберга и теста «Мишень». Предлагаемый показатель демонстрирует увеличение энергии фронтальных колебаний более отчетливо, чем, например, традиционный «размах».

Введенный показатель, в отличие от большинства стабилотраммрических показателей, носит интегральный характер. Из результатов пробных расчетов

видно, что это обстоятельство существенно повышает его чувствительность и позволяет использовать этот показатель для анализа результатов стандартных стабилметрических проб даже в случае малых движений при удержании вертикальной позы. Использование этого показателя при анализе проб, в ходе которых человек совершает интенсивное движение, представляется более перспективным.

*Ключевые слова: стабилметрия, постурология, механическая работа, модель движения, удержание равновесия.*

## **О решении краевых задач теории упругости со смешанными граничными условиями**

Меньшова И.В.

*Институт теории прогноза землетрясений и математической геофизики РАН,  
Москва, Россия*

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

*E-mail: menshovairina@yandex.ru*

Рассматривается краевая задача теории упругости для бесконечной горизонтальной полосы, у которой имеются две точки смены типа граничных условий, расположенные на верхней и нижней сторонах полосы и лежащие на вертикальной прямой. Дается точное решение задачи.

Краевые задачи теории упругости со смешанными граничными условиями относятся к числу наиболее сложных. Это касается не только точных решений, но также приближенных и численных методов решения таких задач. В некоторых случаях точные решения удастся получить с помощью метода Винера-Хопфа [V.Nobl. Methods based on the Wiener-Hopf Technique. London. 1958. 255.]. В работе рассматривается краевая задача о стыке двух прямоугольных полуполос с различными граничными условиями на их длинных сторонах. Например, длинные стороны левой полуполосы могут быть жестко защемлены, а справа они свободны или имеют ребра жесткости. На стыке полуполос могут быть заданы, в частности, разрывы перемещений. В общем случае решение будет описываться рядами по функциям Фадля-Папковича, коэффициенты которых имеют замкнутую форму. В работе разбирается самый простой случай, когда решения справа и слева представляются рядами тригонометрических функций с различными собственными числами. Проблема построения решения краевой задачи заключается в том, что на стыке полуполос будут участвовать две базисные системы функций, объединение которых не минимально. Поэтому нельзя построить биортогональную к этому объединению систему функций и, значит, невозможно точно найти коэффициенты разложений. Основная идея применяемого метода решения краевых задач со смешанными граничными условиями заключается в минимизации систем функций на стыке полуполос,

для которых строятся две вспомогательные функции, которые впервые были введены в статье [Коваленко М. Д., Шибырин С. Е. Стык двух полуполос // Известия РАН. Механика твердого тела. 1997. № 1. С. 56-63]. Их вид зависит от типа граничных условий на длинных сторонах полуполос. Суть метода вначале подробно обсуждается на примере смешанной краевой задачи для гармонического уравнения.

*Ключевые слова: точные решения, смешанные краевые задачи, стык двух полуполос.*

## **Оценка упруго-прочностных характеристик композитных элементов моделей для аэродинамического эксперимента**

Олейников А.И.

*Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е. Жуковского,  
Жуковский, Россия  
E-mail: aleksandr.oleynikov@tsagi.ru*

Развиваются и экспериментально обосновываются аналитические расчетные зависимости приближенной оценки жесткостей и прочности симметричного пакета монослоев, в которых основной вклад в жесткость дает модуль упругости вдоль волокон, а прочность обусловлена прочностью волокон на разрыв или неустойчивость, а также прочностью связующего. Данная оценка жесткостей следует из классической теории анизотропных тонкостенных слоистых тел, если все жесткости монослоев равны нулю, кроме модуля вдоль волокон. Характерной отличительной особенностью зависимостей является учет неравенства паспортных характеристик монослоя при растяжении и сжатии. Даны критерии разрушения монослоя при сложном напряженном состоянии пакета. Проведено сравнение с критериями максимальных напряжений, максимальных деформаций, Цая-Хилла, Хашина-Ротема, Пака, Хофмана и Цая-Ву. Представлены результаты сходимости расчетных жесткостей и прочностей и экспериментальных данных. Установлено влияние зависимости модуля от знака напряжения на эффекты симметричного и сбалансированного армирования. Проанализированы результаты расчета стадий послойного разрушения углепластика в условиях растяжения, сжатия и сдвига. При проектировании и изготовлении конструкций моделей для аэродинамического эксперимента актуальным вопросом является оперативная оценка упруго-прочностных характеристик тонкостенных элементов из волоконно-слоистых полимерных композиционных материалов (ПКМ). Данную оценку в условиях мелкосерийного производства удобно получать на основе предлагаемых зависимостей. Представленные аналитические зависимости удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными и могут быть использованы для оценки и

анализа жесткостей и прочности тонкостенных элементов конструкций из слоистых ПКМ.

*Ключевые слова: слоистые композиты, жесткость, бимодульность, прочность волокон и матрицы, разрушение.*

## **Метод граничных элементов в задачах концентрации напряжений и механики разрушения**

М.Н. Перельмутер

*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия*

*E-mail: perelm@ipmnet.ru*

Метод граничных элементов в прямой формулировке используется для решения задач теплопроводности и термоупругости. Разработаны алгоритм и комплекс программ для численного решения пространственных задач в кусочно-однородных областях с концентраторами напряжений и трещинами. В состав комплекса входят блоки решения двухмерных, осесимметричных и пространственных задач теплопроводности и термоупругости. В качестве внешних воздействий могут рассматриваться поверхностные усилия и/или перемещения, температурные деформации, силы собственного веса и инерции (центробежные). Данные, необходимые для решения задачи термоупругости, получаются после предварительного решения соответствующей задачи теплопроводности. При дискретизации граничных интегральных уравнений используются изопараметрические квадратичные граничные элементы. Произвольно ориентированные трещины моделируются участками поверхности стыков подобластей. Коэффициенты интенсивности напряжений определяются по значениям перемещений и напряжений в окрестности фронта трещины. Представлены решения ряда новых задач для конструкций с концентраторами напряжений и трещинами. Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ, проекты 17-08-01312 и 17-08-01579.

*Ключевые слова: граничные элементы, концентраторы напряжений, механика разрушения.*

## **Численное решение смешанных задач теории упругости**

Станкевич И.В.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

*E-mail: aplmex@yandex.ru*

В работе рассматривается один из вариантов метода конечных элементов в рамках смешанной схемы, основанной на применении функционала Рейсснера. Основным положительным обстоятельством при использовании

смешанных формулировок метода конечных элементов является уменьшение погрешности аппроксимации напряжений и деформации, что и приводит к более точной оценке напряженно-деформированного состояния по сравнению с классическим подходом метода конечных элементов в форме метода перемещений. На основе смешанной схемы разработан итерационный численный алгоритм решения контактных задач теории упругости с односторонними связями. Алгоритм реализован в виде комплекса прикладных программ. Выполненные численные исследования одностороннего контактного взаимодействия упругой пластинки и абсолютно жесткого полупространства показали достаточно высокую эффективность разработанного алгоритма и, реализующего его, программного кода.

*Ключевые слова: задача теории упругости; метод конечных элементов; смешанная формулировка; функционал Рейсснера.*

## **Анализ свойств кривых ползучести при ступенчатых нагружениях, порождаемых нелинейной моделью типа Максвелла для реономных материалов**

Хохлов А.В.

*НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

*E-mail: andrey-khokhlov@ya.ru*

Исследуется нелинейное определяющее соотношение для вязкоупругопластичных материалов с двумя произвольными материальными функциями одного аргумента (в одноосном случае при постоянной температуре). Одна материальная функция управляет (нелинейно) упругими свойствами, вторая – вязкопластическими: она регулирует наследственные свойства, вязкость, скорость диссипации, чувствительность напряжения к скорости деформации, зависимость скорости ползучести от напряжения, величину и скорость накопления необратимой деформации. Модель нацелена на описание комплекса основных механических эффектов, типичных для материалов, обладающих наследственностью и высокой чувствительностью к скорости деформирования и, возможно, разносопротивляемостью, имеющих «площадку текучести» на диаграмме деформирования и выраженную стадию установившейся ползучести (полимеры, твёрдое топливо, асфальтобетон, льды, титановые и алюминиевые сплавы, углеродные и керамические материалы при высоких температурах и др.).

При минимальных первичных ограничениях на материальные функции аналитически изучены общие качественные свойства кривых ползучести при произвольных ступенчатых нагружениях, порождённых этим определяющим соотношением, в частности, кривых обратной ползучести; эти свойства сопоставлены с типичными свойствами экспериментальных кривых широкого



класса вязкоупругопластичных материалов для выявления феноменологических ограничений на материальные функции, арсенала возможностей и области применимости нелинейного определяющего соотношения типа Максвелла. Получены формулы для мощности диссипации, скорости ползучести, отклонения от кривой ползучести при мгновенном нагружении, пластической (необратимой) деформации и скорости её накопления при циклических нагружениях. Установлено отсутствие свойства затухания памяти, выведены критерии моделирования рэтчетинга и эффекта Кольрауша.

*Ключевые слова:* вязкоупругопластичность, нелинейное определяющее соотношение, кривые ползучести, ступенчатое нагружение, скорость ползучести, пластическая деформация, рэтчетинг, скоростная чувствительность, сверхпластичность.

## **6.3 Теория колебаний**

### **Свободные колебания двухслойной жидкости в упругом сосуде**

Гончаров Д.А., Пожалостин А.А.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

В работе рассматривается задача о малых колебаниях двухслойной жидкости, заполняющий цилиндрический сосуд с жесткими стенками и упругим днищем в виде полой сферической оболочки.

Жидкость разделена проницаемой перегородкой, взаимодействие перегородки с жидкостью моделируется как линейно-вязкое сопротивление.

Целью работы является получение соотношения, связывающего частотный параметр, коэффициент затухания и приведенный коэффициент сопротивления перегородки, что позволит исследовать зависимость приведенного коэффициента сопротивления от коэффициента демпфирования, который возможно определять экспериментально.

Решение достигается за счет разложения функции прогиба полой сферической оболочки в ряд по собственным функциям рассматриваемой краевой задачи.

*Ключевые слова:* жидкость, симметричные колебания, коэффициент затухания, полая сферическая оболочка, проницаемая перегородка.

# **Влияние неустойчивой синхронизации двигателей при виброиспытаниях гидравлических демпферов**

Гордеев Б.А.,<sup>1</sup> Ермолаев А.,<sup>1</sup> Леонтьева А.В.,<sup>1</sup> Гордеев А.Б.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> ИПМ РАН, Н. Новгород, Россия

<sup>2</sup> ННГАСУ, Н. Новгород, Россия

E-mail: gOrd.ab@mail.ru

В работе рассмотрены причины возникновения синхронизации при виброиспытаниях гидравлических демпферов. При создании широкополосной вибрации используются источники вибросигналов различных спектральных составов, что может приводить к затягиванию переходных процессов при испытаниях и возникновению биений. Отрицательные последствия данных процессов необходимо учитывать при виброиспытаниях.

*Ключевые слова: синхронизация, вибрационные поля, спектры, информативные гармоники, гидроопоры.*

## **Эволюция предельного цикла сильно нелинейных автоколебательных систем**

С.А. Кумакшев

*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия*

*E-mail: kumak@ipmnet.ru*

Исследуются автоколебания сильно нелинейной системы, возвращающая сила которой меняется в диапазоне от трех (кубической функцией смещения) до пятнадцати и различных коэффициентах самовозбуждения. Возвращающая сила высокой степени может моделировать колебание между упругими стенками; при дальнейшем повышении степени жесткость удара о стенки увеличивается. Механизм возбуждения принимается стандартного вида, как в осцилляторе Ван дер Поля. Для малых и умеренно больших значений коэффициента обратной связи на основе метода ускоренной сходимости разработан эффективный метод расчета основных характеристик колебаний: периода, амплитуды, траектории и предельного цикла. Проведен анализ предельного цикла автоколебаний.

*Ключевые слова: осциллятор Ван дер Поля, предельный цикл, период, амплитуда.*

## **Собственные формы колебаний жидкости в эллиптическом сосуде**

С.А. Кумакшев

*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия  
E-mail: kumak@ipmnet.ru*

Рассматривается линеаризованная задача о свободных колебаниях идеальной несжимаемой жидкости в вертикальном цилиндрическом бассейне (сосуде) эллиптического сечения. На жидкость действует только сила тяготения. Требуется определить зависимость собственных частот и форм колебаний от параметров системы: полуосей эллипса и глубины бассейна. Используя специально разработанный численно-аналитический подход, решена задача на собственные значения и функции с граничными условиями Неймана. Для пяти низших мод колебаний с высокой точностью определены собственные частоты и формы в широком диапазоне изменения эксцентриситета.

*Ключевые слова: идеальная несжимаемая жидкость, свободные колебания, эллиптический сосуд.*

## **Гравитационно-приливная модель колебаний полюсов Земли**

С.А. Кумакшев

*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия  
E-mail: kumak@ipmnet.ru*

На основе анализа солнечных и лунных гравитационных моментов построена модель колебаний полюса Земли. Модель основана на физических процессах и не предполагает использование методов математической подгонки, например, на основе полиномов. В рамках модели чандлеровская частота имеет смысл основной собственной частоты колебаний механической системы, а годовая частота трактуется как частота вынуждающей силы. Выяснен тонкий механизм возбуждений колебаний, основанный на комбинации собственных и вынужденных частот. Модель имеет всего шесть параметров, находимых по экспериментальным данным МСВЗ методом наименьших квадратов. Полученный прогноз имеет высокую точность на интервале нескольких лет.

*Ключевые слова: колебания полюса Земли, гравитационные моменты.*

# Развитие линейно-спектрального метода для решения задач теории сейсмостойкости

Назаров Ю. П., Позняк Е.В.

*ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко, Москва, Россия  
Национальный исследовательский университет «МЭИ», Москва, Россия  
E-mail: elpoz@yandex.ru*

Линейно-спектральный метод (ЛСМ) является самым распространенным инженерным методом решения задач теории сейсмостойкости. Однако часто считают, что его можно применять только для интегрального сейсмического движения, то есть когда основание под конструкцией совершает пространственное движение как абсолютно жесткое тело. Цель настоящей работы – показать возможность применения ЛСМ для самого общего случая интегрального движения, включающего 3 поступательные и 3 ротационные компоненты и при дифференцированном сейсмическом движении, когда каждая опорная точка конструкции совершает индивидуальное пространственное движение. Как известно, ЛСМ является квазистатическим модальным методом, при котором переносные инерциальные сейсмические силы задают в виде статической нагрузки, зависящей от ускорения грунта. Поэтому для использования ЛСМ при дифференцированном сейсмическом движении необходимо решить две ключевые задачи: задать переносное движение и определить интенсивность пространственного сейсмического движения грунта. Первая задача решается введением матрицы влияния, связывающей перемещения опорных точек и перемещения модели, а вторая – формированием матрицы пространственного изменения интенсивности. В результате получаются уравнения относительного движения, по форме похожие на уравнения для интегрального движения грунта. К ним легко применить ЛСМ.

*Ключевые слова: линейно-спектральный метод, теория сейсмостойкости, интегральное сейсмическое воздействие, дифференцированное сейсмическое воздействие, пространственное сейсмическое движение.*

# Колебания жидкости, вытекающей из сферического бака, имеющего внутрибаковые элементы

Нгуен Зуй Хунг, Темнов А.Н.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

*E-mail: antt45@mail.ru*

Задача динамики твердых тел, имеющих полости наполненные жидкостью, является классической задачей механики. Одним из первых результатов, где было исследовано влияние внутренних перегородок в жидкости на движение твердого тела является результат Н. Е. Жуковского [1]. Рассматривая задачу о движении цилиндрической полости с жидкостью, разделенный на перегородки он показал, что если полость в форме круглого цилиндра разделить непроницаемыми перегородками на две, четыре или восемь равных частей, то момент инерции эквивалентного (по определению Н.Е. Жуковского) тела составит соответственно 0.6211, 0.7904, 0.9017 от момента инерции затвердевшей жидкости. Прогресс в освоении космоса поставил перед создателями ракетно-космической техники ряд проблем, связанных с движениями жидкого топлива и влиянием возникших колебаний на стабилизируемость всей ракеты-носителя (РН) или космического летательного аппарата (КЛА).

В настоящее время актуальность рассматриваемой задачи подчеркивается возросшими требованиями к транспортировке полезных грузов и вынуждает создателей ракетно-космической техники предлагать новые конструкции заборных устройств (ЗУ) ракет-носителей (РН), разгонных блоков и космических аппаратов (КА). В докладе приводятся новые математические модели динамики жидкого топлива для расчета динамических характеристик твердого тела с жидкостью с учетом влияния заборных устройств и дополнительных внутрибаковых элементов, вносимых в конструкцию сферического топливного бака. Разработанные упрощенные конструктивные схемы опорожнения топливных баков, привели к постановке и решению новых краевых задач о колебаниях идеальной жидкости в осесимметричных полостях произвольной формы, с производной по времени от потенциала скорости в граничных условиях как на свободной поверхности так и на поверхности слива. Созданные математические модели малых движений жидкости, частичнозаполняющей неподвижную осесимметричную полость с заборным устройством, позволили исследовать малые колебания жидкости, в условиях макро и микрогравитации.

*Ключевые слова: топливный бак, осесимметричная полость, заборное устройство, собственные частоты.*

## Список литературы

1. Жуковский Н. Е. О движении твердого тела, имеющего полости, наполненные однородной капельной жидкостью. Избр. соч., т. I. 1955.

## Собственные полосы спектра - свойства механических систем

Овчинников И.Н.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*  
*E-mail: iovchin@bmstu.ru*

Качественное проведение виброиспытаний, от которых во многом зависит надежность эксплуатации в первую очередь конструкций летательных аппаратов, потребовало исследования колебаний механических систем под действием широкополосной случайной вибрации (ШСВ), являющейся основным вибрационным нагружением в эксплуатации. Результаты виброиспытаний элементов и конструкций летательных аппаратов должны удовлетворять двум основным требованиям Международной электротехнической комиссии (МЭК): достоверности результатов и их воспроизводимости в различных лабораториях. Воспроизводимость не реальна при низкой достоверности результатов. В международном стандарте МЭК 60068-2-64–93 предложено использовать прямоугольную форму спектра, получаемую после «нивелирования» динамики объекта. Такая форма спектра, казалось бы, удобна для воспроизводимости режима, но она не учитывает динамические характеристики объекта. В отличие от испытаний на гармоническое нагружение, где используется динамика объекта в виде собственных частот и нет проблем с воспроизводимостью результатов испытаний.

Задача учета динамики объекта возникла при нахождении тяжелейшего режима для стандартизации испытательных режимов. Поскольку единственным достоверным критерием опасности режима пока остается минимальное время до разрушения нагружаемого объекта, поиск тяжелейшего режима ШСВ проводился в процессе усталостных испытаний консольной балки при кинематическом нагружении. Для повышения достоверности результатов были усовершенствованы средства измерений (бесконтактный датчик напряжения) и методология испытаний, что исключает упрощение случайного процесса. Получены кривые усталости и впервые в практике испытаний «кривые вибронгруженности» (зависимости логарифма времени разрушения балки от среднего квадратичного значения виброскорости в опасном сечении) при постепенно возрастающей ширине спектра нагружения, значительно возбуждающего балку на двух первых собственных частотах. Перестроение этих результатов показало наличие экстремальных значений времени до

разрушения, средних напряжения и виброскорости для одной и той же ширины спектра  $\Delta f$  вибрационного воздействия.

Проведено моделирование методом Галеркина кинематического воздействия ШСВ на консольно закрепленную балку спектром с начальной граничной частотой  $f_{zpl}=0$  при постепенно расширяющейся ширине спектра  $\Delta f$  охватывающей, как минимум, две первых собственных частоты балки. Получены экстремальные значения параметров, аналогичные экспериментальным, но уже в диапазоне более десятка собственных частот балки; величина экстремумов постепенно уменьшается.

Полученный результат можно трактовать, как существование у механических систем «собственных полос спектра», в смысле чувствительности к вибровоздействию аналогичных собственным частотам, но проявляющимся при ШСВ:  $\Delta f_n^{cob}$ , где  $n \geq 2$  определяет количество учитываемых при колебаниях собственных частот объекта. Теория показала, что  $\Delta f_n^{cob}$  это такая ширина спектра вибронагружения, которая при значительном возбуждении механической системы в области  $n$  собственных частот приводит к оптимальному соотношению (в вероятностном аспекте) амплитуд составляющих колебательного процесса.

Зависимость экстремальных параметров нагружения и времени до разрушения от ширины спектра ШСВ является новым свойством механических систем. Эти результаты имеют практическое значение при стандартизации режимов ШСВ, для формирования режимов ускоренных испытаний, в технологических процессах, в акустике.

## **Установившиеся вынужденные колебания диссипативно неоднородной пластинчатой системы с точечными связями**

Сафаров И.И.<sup>1</sup>, Ахмедов М.Ш.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Ташкентский –химико- технологический институт, Узбекистан

<sup>2</sup>Бухарский инженерно – технологический институт, Узбекистан

E-mail: safarov54@mail.ru

Исследование колебательных процессов в вязкоупругих механических системах является важным направлением в современной механике. Современные машины и аппараты характеризуются широким использованием полимерных материалов, созданием конструкций, работающих при различных нагрузках, как квазистатических, так и динамических. Предметом исследования являются математические модели и методы решения задач динамики диссипативных механических систем с учетом различных реологических свойств материала. Целью исследования является разработка математической постановки, методики решения и алгоритм для исследования задач колебаний пластинчатых систем с учетом реологических свойств

материалов. Основные интегро – дифференциальные уравнения получены на основе принципа возможных перемещений. В процессе исследования применены метод разделения переменных, метод замораживания, метод Мюллера и метод ортогональной прогонки Годунова. В работе вариационной постановке решается задача об установившихся линейных колебаниях структурно неоднородной вязкоупругой пластинчатой системы, состоящей из двух прямоугольных пластин, связанных между собой вязкоупругими пружинками и с точечными связями. При воздействии поверхностных сил, изменяющаяся по гармоническому закону исследовано изменение амплитуды перемещений и усилий. Система дифференциальных уравнений сводится к решению системы линейных неоднородных уравнений, которая решается методом Гаусса с выделением главного элемента по столбцам и строкам матрицы. Для некоторых конкретных задач получены амплитудно-частотные характеристики точки пластинки, в которых выявлены интенсивность диссипации энергии в системе. При отсутствии внешних нагрузок задача сводится к решению системы однородных алгебраических уравнений с комплексными параметрами. Для диссипативно-однородных и неоднородных механических систем сравнительно оценены зависимости нескольких мод комплексной частоты от волнового числа. Учет вязких свойств материала уменьшает на 10-15% значения собственных частот. Полученные результаты позволяют снизить вибрации РЭА(радио электронной аппаратуры), а также оптимизировать напряженно-деформированные состояния.

*Ключевые слова: колебания, структурно-неоднородная вязкоупругая система, вариационная постановка, гармоническая нагрузка.*

## **Программно-алгоритмическое обеспечение для испытаний авиационных приборов на динамическом стенде**

Шуваев И.Н.

*Научная рота Космических войск Воздушно-космических сил, Россия*

*E-mail: Shuvaev.I.N@yandex.ru*

В данной работе рассматривается создание программно-алгоритмического обеспечения для проведения тестирования авиационных приборов на поворотном стенде.

На сегодняшний день одной из задач предприятий авиационной, космической, автомобильной и других отраслей, занимающихся разработкой высокоточных датчиков и приборов, является не только проектирование, моделирование, сборка блоков и самих изделий, но и проверка их работоспособности путем проведения полунатурных и имитационных испытаний. Эти испытания необходимы для проверки выпускаемых изделий и



элементов на соответствие техническим требованиям и техническому заданию (ТЗ).

Для проведения таких испытаний на авиационных приборостроительных предприятиях используются различные поворотные стенды, как правило импортного производства. Сегодня существует большое количество компаний, занимающихся изготовлением поворотных стендов. Среди них наиболее известны: Acutronic, Carco, Acuitas Ag, Actidyn Systemes, Zetatek.

Данная работа проводилась на предприятии АО «Аэроприбор-Восход», где уже много лет ведутся разработки линейки резервных малогабаритных приборов для авиации. Одними из последних изделий в этой серии являются ППКР-СВС-АГ (прибор пилотажный комбинированный резервный, содержащий систему воздушных сигналов, с функцией авиагоризонта) и ПИП-ВС (прибор для индикации перегрузки на борту воздушного судна, имеющий в составе блок акселерометров). Проверочные испытания указанных приборов должны были проводиться согласно ТЗ по программе, не предусмотренной в фирменном программно-алгоритмическом обеспечении (ПАО) одноосного поворотного стола AC1120S фирмы Acutronic, который предполагалось использовать для испытаний.

Руководством предприятия АО «Аэроприбор-Восход» была поставлена задача разработки собственного ПАО для тестирования приборов ППКР-СВС-АГ и ПИП-ВС на поворотном стенде в соответствии с ТЗ. Сами ТЗ на эти изделия основаны на требованиях единых норм летной годности гражданских транспортных самолетов (ЕНЛГ-С) и Technical Standart Order (TSO C-4c).

В результате проведенной работы было написано ПАО, позволяющее проводить испытания приборов ППКР-СВС-АГ и ПИП-ВС на поворотном стенде по требованиям ТЗ. С помощью разработанного ПАО были проведены тестирования приборов, по итогам которых выполнен анализ полученных данных и проведена оценка погрешностей изделий с использованием среды Matlab.

По итогам работы подтверждено соответствие проверяемых изделий ППКР-СВС-АГ и ПИП-ВС требованиям ТЗ.

*Ключевые слова: прогнозирующая модель, точность ориентации, космический аппарат(КА).*

## 6.3 Теория механизмов и машин

### Механика волновой зубчатой передачи

Тимофеев Г.А., Егорова О.В., Самойлова М.В., Григорьев И.И.

*МГТУ им. НЭ. Баумана, Москва, Россия*

Теорией и конструированием волновых зубчатых передач (ВЗП) занимаются инженеры, ученые и изобретатели многих стран в университетах, крупных промышленных компаниях, научных центрах и Университетах. Автором ВЗП считается американский изобретатель Кларенс Уолтон Массер (1909-1998), исследовавший механику нежестких тел. В 1959 году он опубликовал свой патент (*US patent 2,906,143*) на механизм под названием «sStrain Wave Gearing» (SWG), получившую впоследствии название «Harmonic Drive».

ВЗП – это механизм, содержащий зацепляющиеся между собой гибкое и жесткое зубчатые колеса и генератор волн, обеспечивающий преобразование и передачу движения благодаря деформированию гибкого колеса. Наличие гибкого колеса является главной особенностью, определяющей уникальные свойства передачи. При вращении генератора волн обе волны деформации перемещаются по периметру гибкого колеса. В результате каждый зуб гибкого колеса за один оборот генератора волн дважды входит в зацепление с зубьями жесткого колеса. Гибкое колесо ВЗП при его нагружении изменяет свою начальную форму. С увеличением момента нагрузки выбранных зазоров в зацеплении увеличиваются, что приводит к увеличению числа пар зубьев в зацеплении, достигающему 40% всех зубьев ВЗП. Нагрузочная способность и КПД ВЗП выше, чем в планетарных передачах. Исследования, проведенные на кафедре РК-2, показали, что при стальных гибких колесах в одноступенчатой волновой передаче можно получить передаточное отношение от 60 до 320, а КПД от 0,85 до 0,80. Двухступенчатые ВЗП обеспечивают передаточные отношения от 3000 до 100000 и более при КПД от 0,7 до 0,1. Многопарность и многозонность волнового зацепления обеспечивают высокую кинематическую точность ВЗП. Небольшая величина радиальной деформации гибкого колеса позволяет изготовить герметичные ВЗП, передающие вращение через герметичную стенку без подвижных уплотнений. Наиболее ответственные детали ВЗП - гибкий подшипник и гибкое колесо. Отмеченные достоинства волновой передачи определяют рациональные области ее применения: силовые и кинематические приводы общего назначения с большим передаточным отношением, исполнительные механизмы повышенной кинематической точности, быстродействующие приводы систем автоматического управления и регулирования, электромеханические приводы промышленных роботов, приводы для передачи движения в герметизированное пространство в химической, атомной и космической технике.

# Теоретические исследования влияния различных параметров на износ зубьев волновой передачи

Люминарский И.Е., Люминарский С.Е.

*МГТУ им. НЭ. Баумана, Москва, Россия*

Особенностями работы зубчатого зацепления волновой передачи (ВЗП) являются: кромочный контакт, возникающий из-за перекоса образующей гибкого колеса; скольжение зубьев; многопарность и неравномерность распределения сил между зубьями. Эти особенности приводят к длительной приработке зубьев в новой передаче и невысокой износостойкости при эксплуатации. Снижение интенсивности износа и его неравномерности по активным боковым поверхностям позволит уменьшить длительность приработки, а также изменить качественные показатели в процессе эксплуатации.

В настоящее время оценка износа зубьев в волновой передаче при инженерных расчетах практически не проводится. Сложность теоретического определения износа зубьев в ВЗП заключается в том, что, во-первых, силы, действующие на боковые поверхности зубьев, распределены неравномерно как по зубьям, так и по площади боковых поверхностей, во-вторых, в процессе износа изменяется форма последних.

Цель работы — выработка упрощенных критериев износа рабочих поверхностей зубьев ВЗП и теоретическое исследование влияния различных параметров на интенсивность и неравномерность износа зубьев.

Предложено износ в заданной точке боковой поверхности оценивать коэффициентом износа  $K_i$ , равным произведению контактных напряжений и пути трения за один оборот генератора волн. Для оценки влияния различных параметров на интенсивность изнашивания боковых поверхностей зубьев используются осредненный коэффициент износа  $K_{cp}$ , коэффициент износа  $K_{max}$  и относительная площадь износа  $K_F$ , равная отношению площади изнашивания к площади рабочей боковой поверхности зуба.

Для МВЗ-160 расчетным путем установлено значительное превышение коэффициентом  $K_{max}$  осредненного коэффициента  $K_{cp}$ , что указывает на неравномерность износа боковых поверхностей зубьев. Наибольший износ зубьев гибкого колеса наблюдается в верхней или нижней части боковой поверхности со стороны внешнего торца. Получены зависимости предложенных коэффициентов от радиальной деформации, длины гибкого колеса и момента сопротивления.

# **Анализ основных аспектов формализуемости процедур системного проектирования экскаваторов на предпроектном этапе**

Павлов В.П.<sup>1</sup>, Побегайло П.А.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> - ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет», Красноярск, Россия

<sup>2</sup> Институт машиноведения им. А.А. Благодирова РАН, Москва, Россия

E-mail: pvp20101@list.ru, petr214@yandex.ru

В настоящей работе её авторами рассмотрены основные аспекты формализуемости процедур проектирования одноковшовых экскаваторов в интегрированной среде. Выявлены особенности построения математических моделей, программных средств, а так же роль и возможности разработчика в принятии решений.

Исследование процессов постановки задач, разработки сложных проектов позволило обратить внимание на особую роль человека в сохранении целостности при расчленении проблемы, системы ценностей и критериев принятия решений. Фактически проектные задачи являются задачами принятия решений в условиях нечеткости, определяемой как нечеткой постановкой самой задачи, так и использованием интуитивных представлений экспертов, путях их решения и нечетком описании параметров ОЭ. Перечисленные особенности порождают многоуровневые модели и многоаспектные подходы к проектированию. Ниже представлены основные методологические аспекты такого подхода (при ориентации на ОЭ с гидравлическим приводом).

Схема метода моделирования характеристик ОЭ ориентируется на автоматизацию двух наиболее сложных эвристических процедур: формализацию конструкции с точки зрения исследуемого процесса (выделение в геометрической модели ОЭ множеств известных и неизвестных конструкторско-технологических решений); формализацию ряда моделей для выделенных множеств конструкторско-технологических решений (например: в элементах рабочего оборудования при оценке напряженно-деформируемого состояния; при проектировании гидроагрегатов поворотной платформы с нетрадиционной развесовкой машины; при анализе воздухопроводов в подкапотном пространстве и т. п.).

На примере двух процедур показано их использование в задачах предпроектного анализа рабочего оборудования экскаватора. Перестройка моделей выполняется в зависимости от постановки задачи, а входные данные модели определяются выходными параметрами модели более высокого уровня. Основным отличием данного подхода является учет причинно-следственных связей в сочетании с регрессионным анализом влияния основных факторов.

Разработанная подход в определении параметров экскаватора и способ представления моделей позволяют: построить модульную структуру развесовки экскаватора, дающую возможность построения автономных и взаимосвязанных

модулей программного обеспечения в системах проектирования; варьировать размерность задач на основе процедур агрегирования и разукрупнения в зависимости от решаемых задач; достаточно конструктивно проводить согласование и взаимную интерпретацию результатов, полученных на различных моделях; осознанно находить компромиссные решения при распределении ресурсов, выделяемых на управление структурной динамикой (развесовкой) машины; осуществлять одновременно синтез функциональной и технической структуры экскаватора в рамках одного формального описания рассматриваемой предметной области; обеспечить соответствие декларативной формы математической модели (в основе которой описание модели задачи, а не алгоритма ее решения) принципам представления знаний в системах проектирования.

*Ключевые слова: проектирование, одноковшовые экскаваторы, компьютерный анализ, формализация процедуры.*

## **Создание и исследование планетарных механизмов прерывистого движения с эллиптическими зубчатыми колесами**

Приходько А.А., Смелягин А.И., Цыбин А.Д.

*Кубанский государственный технологический университет, Краснодар, Россия  
E-mail: sannic92@gmail.com*

В работе предложено использовать в качестве механизмов прерывистого движения планетарные передачи с эллиптическими зубчатыми колесами, а также разработаны кинематические схемы новых механизмов. Проведен кинематический анализ разработанных механизмов, в результате чего найдены выражения для нахождения угла поворота и аналога скорости выходного вала. Для предложенных схем построены функции положения в среде MathCAD. Созданные механизмы являются компактными и надежными, поэтому могут найти широкое применение в металлообрабатывающих станках, робототехнике, машинах-автоматах, конвейерах. К тому же, прерывистое движение обеспечивается без разрыва кинематической цепи, что позволит увеличить быстродействие машин-автоматов и производительность технологических операций.

*Ключевые слова: вращательное движение, прерывистое движение, эллиптические зубчатые колеса, планетарный механизм, кинематический анализ, аналог угловой скорости.*

## **К вопросу об отыскании структуры реакций сервосвязей и их реализация**

Тешаев М.Х.

*Бухарский инженерно-технологический институт, Республика Узбекистан  
E-mail: muhsin\_5@mail.ru*

Предметом исследований является сложная механическая система с сервосвязями. Целью работы является определение в явном виде структуры сил реакций сервосвязей и их реализация с помощью электромеханических сил. Используя метод (А)-перемещений, метод параметрического освобождения, метод вынужденных движений, а также методы теории устойчивости движения, предлагается новый метод реализации сервосвязей. В отличие от ранее разработанных методов реализации в данной работе предлагается построить цифровую следящую систему (ЦСС) и определяется закон формирования управляющих воздействий. Результаты данной работы могут быть использованы при проектировании регулируемых систем, в частности, при проектировании активных виброзащитных систем.

*Ключевые слова: сервосвязь, (А)-перемещения, реакция сервосвязи, параметрическое освобождение, цифровая следящая система (ЦСС), полная система уравнений ЦСС, управляющие воздействия.*

## **Анализ возможности применения одноковшового экскаватора при прокладке коммуникаций**

Подчасов Е.О., Терентьева А.Д.

*НУК «Робототехника и комплексная автоматизация» МГТУ им. Н.Э. Баумана,  
Москва, Россия*

В стесненных городских условиях при точечной застройке необходимо применение высокоточных строительных машин. В современных машинах применяются различные системы управления, наиболее широкое распространение получили адаптивные методы управления.

Для того чтобы осуществить возможность внедрения указанных методов, необходимо разработать средства механизации труда, удовлетворяющие новым требованиям. Предлагается решение указанной задачи посредством одноковшового экскаватора. Существующие своды правил регламентируют жесткие требования к точности землеройных работ, в частности допускаются недоборы грунта не более 0,05 м, а увеличение выборки не допускается, поскольку прокладка коммуникаций должна производиться на грунт ненарушенной структуры. Такие требования на существующем оборудовании трудно выполнить, что требует дополнительных работ над конструкцией

техники. Наиболее приемлемое решение – разработка системы управления, которая позволила бы существенно повысить точность работ. Такого рода системы позволят оценивать функционирование всех систем экскаватора, что позволит более точно определить положение режущей кромки ковша и выполнять требования сводов правил. Выбор необходимого метода управления рабочим органом экскаватора должен осуществляться с учетом характеристик машины и грунта.

Целью предлагаемой статьи является анализ точности возможного производства землеройных работ, производимых одноковшовыми экскаваторами. В статье построена кинематическая модель рабочего механизма для отечественного гусеничного экскаватора Четра ЭГП-230, построены рабочая область и зона обслуживания, произведена оценка геометрической погрешности перемещения рабочего механизма и оценка погрешности перемещения рабочего механизма с учетом погрешности перемещения штоков. По результатам моделирования выявлено, что соответствие всех звеньев техническим требованиям не гарантирует соблюдения требуемой точности перемещения выходного звена кинематической цепи, а значит недобор грунта в основании траншеи может превысить требуемое значение 0,05 м, либо возможна увеличенная выемка грунта, что приведет к невозможности прокладки коммуникаций.

*Ключевые слова: одноковшовый экскаватор, математическая модель, система управления, зона обслуживания, точность.*

## **Математическая модель спасательного устройства с маховичным накопителем энергии**

Барбашов Н.Н., Леонов И.В.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

Актуальной задачей развития нефтяной промышленности является повышение безопасности работ на морских буровых платформах. Обычно спуск людей осуществляется путём управляемого падения контейнера с людьми и торможения его с безвозвратной потерей энергии торможения. При этом максимальная скорость контейнера в зависимости от высоты спуска может превышать максимально допустимое значение.

Новое спасательное устройство выгодно отличается от известных тем, что позволяет рекуперировать часть энергии торможения в маховичном аккумуляторе энергии и использовать накопленную энергию на другие цели, например, для горизонтального перемещения спасательного устройства и удаления его от места пожара. В статье приводится методика выбора оптимальных параметров спасательного устройства с маховичным накопителем энергии.

*Ключевые слова: проектирование, спасательное устройство, маховичный накопитель энергии, мультипликатор, передаточное отношение.*

## **Волновые передачи. Теория и практика**

Костиков Ю.В., Тимофеев Г.А., Подчасов Е.О.

*МГТУ им. НЭ. Баумана, Москва, Россия*

В течении последних десятилетий резко повысились требования к надежности, долговечности, точности, жесткости приводов машин, станков, промышленных роботов и систем автоматического управления. Появилось целое научное направление, связанное с созданием прецизионных машин и станков с мехатронными узлами, систем управления в ракетной и космической технике, в основе которых положены механические передачи, удовлетворяющие вышеописанным требованиям.

Среди механических передач различных видов, находящих применение в современной приводной технике, волновые зубчатые передачи (ВЗП) обладают наименьшими материалоемкостью и габаритами при высоких КПД, крутильной жесткости и кинематической точности. Это делает весьма перспективным широкое использование ВЗП в приводах различного назначения, применяемых в робототехнике, антенных приводах, опорно-поворотных устройствах следящих систем, шкальных и других точных механизмах.

*Ключевые слова: волновые зубчатые передачи (ВЗП), генераторы волн внутреннего и внешнего деформирования, КПД, кинематическая точность, крутильная жесткость, материалоемкость.*

## **Методика уравнивания пильного блока лесопильного станка нового типа**

Фунг В.Б., С.С. Гаврюшин, Блохин М.А.

*МГТУ имени Н. Э. Баумана, Москва, Россия.*

*E-mail: phungvanbinh.vp@gmail.com, gss@bmstu.ru, hornet10@yandex.ru*

Уравнивание является одной из основных проблем, возникающих при проектировании механизмов и отдельных движущихся звеньев технических систем. Излагается методика построения рациональной схемы уравнивания лесопильного станка типа "коленчатая пила", с целью минимизации величин неуравновешенных инерционных сил. Учет конструктивных особенностей станка позволяет свести задачу его уравнивания к задаче уравнивания классического коленчатого вала. Приводятся результаты аналитических и численных расчетов приведенных сил инерции для пильного модуля и динамических реакций на опорах валов станка.



Представлен конечно-элементный анализ напряженно-деформированного состояния коленчатого вала под действием инерционных сил, выполненный в среде программного комплекса NX Advanced simulation. Предложена рациональная конструкция коленчатого вала по критерию минимальных прогибов и напряжений.

*Ключевые слова: уравнивание, лесопильный станок, коленчатый вал, NX Advanced simulation.*

## **Общая теория зубчатых передач, синтезируемых на базе конических колес, формируемых инструментом реечного и дискового типа**

Цуканов О.Н.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия,  
E-mail: tsonzz@mail.ru*

Широкие возможности для решения задачи создания высокоресурсных и высокоточных механизмов для различных условий работы в широком диапазоне нагрузок и скоростей открывает использование зубчатых передач, синтезируемых на базе конических по форме заготовок зубчатых колес, профили зубьев которых формируются инструментом реечного и дискового типа.

В основу общей теории таких передач положена гипотеза о том, что основными признаками, прежде других определяющими геометрию и геометро-кинематические возможности зубчатых зацеплений, является форма поверхности вершин и вид зубцов исходного звена, а метод синтеза зацеплений в обобщающих координатах позволяет полностью раскрыть эти возможности. Зубчатое колесо с неэвольвентным профилем и криволинейной формой образующей поверхности вершин зубьев, получаемое в процессе их формообразования производящей зубчатой рейкой с криволинейным профилем зубцов, перемещаемой по определенной криволинейной траектории, предложено называть исходным звеном общего вида. Основным критерий при выборе этой траектории – качество локализованного контакта зубьев.

Автором сформулированы следующие основные положения общей теории зацеплений рассматриваемых передач:

1. Функция образующей поверхности вершин зубцов исходного звена и связанная с ней зависимость коэффициента смещения производящего реечного контура от аппликаты торцового сечения конического колеса определяются в зависимости от назначения зубчатой передачи, условий ее работы и результатов компьютерного анализа инерционных зон касания производящей и воспроизводимой поверхностей.
2. Компьютерный синтез зацеплений выполняется в системе трех обобщающих координат, значения которых в характерных (обычно крайних) точках

поверхности зацепления выбираются из обобщенной области их существования в результате анализа всего комплекса качественных показателей зацепления.

3. Управление качественными показателями зацеплений на стадии их компьютерного анализа в обобщенной области существования осуществляется путем изменения формы и положения локальной области существования, соответствующей тому или иному комплексу показателей, при котором управляющие параметры выбираются с учетом геометрии поверхности вершин и производящей поверхности зубцов исходного звена.

4. В процессе анализа зацепления определяется рациональная часть его обобщенной области существования как совокупность изолиний качественных показателей, в пределах которой следует искать наиболее благоприятный комплекс этих показателей исходя из общих закономерностей влияния на них управляющих параметров.

## **Проектирование поршневого бесшатунного малогабаритного компрессора**

Перекрестов А. П., Славин Р. Б., Саидов М. А.

*Астраханский государственный технический университет, Астрахань, Россия  
Грозненский государственный нефтяной технический университет, Грозный, Россия  
E-mail: mig@astu.org, saidoff@bk.ru*

Поршневые компрессоры являются наиболее распространенным типом холодильных компрессоров. Технология производства поршневых компрессоров хорошо освоена; трудоемкость изготовления меньше, чем у компрессоров других типов.

При очевидных преимуществах данного типа компрессорных машин они не лишены недостатков, среди них: наличие смазочного масла в цилиндрах, которое попадает в контур холодильной машины, большие износы, которые имеют место в механизме движения компрессора, неуравновешенные силы и моменты, вызывающие вибрации.

В связи с этим, поставлена цель создать новый тип поршневого компрессора с бесшатунным механизмом, с хорошей уравновешенностью, динамически более совершенного и имеющего сравнительно небольшие габариты.

Проектируемый поршневой бесшатунный компрессор предназначен для использования в области аэрокосмической и нефтегазовой промышленности, энергетики для сжатия газообразных сред и сред агрессивных газов.

Приводом компрессора является ведущее колесо, которое выполнено в виде двух цилиндров аксиального типа.

Возможны два варианта исполнения привода. В первом варианте, привод находится в самом механизме компрессора, в этом случае применяется смазка на магнитной основе. Для этого с внешней стороны втулки закреплены

постоянные магниты в виде параллелепипедов, что позволяет уменьшить расход смазочного материала. Во втором варианте, привод находится вне компрессора, т.е. компрессор получает вращение от вала, в этом случае, применяется обычная подача масла в картерном исполнении.

Помимо ведущего колеса, компрессор содержит корпус, поршень с кольцами, всасывающий и нагнетательный клапаны, направляющие поршня, которые заставляют поршень совершать возвратно-поступательные движения.

Проектируемый компрессор имеет повышенную мощность на единицу массы и сравнительно небольшие габариты по сравнению с традиционной кривошипно-шатунной схемы привода движения поршневого компрессора.

## **СЕКЦИЯ 7**

### **ПРОБЛЕМЫ ОПТИМИЗАЦИИ И ДИАГНОСТИРОВАНИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ И ГИДРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

#### **Прецизионный измерительно-вычислительный прогнозирующий мониторинг – условие самоорганизации жизненного цикла**

Киселёв М.И.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия  
E-mail: vip-u@yandex.ru*

Заложенное основополагающими трудами Н.Е. Жуковского становление авиации и ее дальнейшее развитие на переднем крае научно-технического прогресса происходит в постоянном преодолении дефицита информации. Образцы успешного обеспечения надежного функционирования дает биосфера, но совершенство живых организмов достигается благодаря естественному отбору, длящемуся тысячелетиями. Совершенствование объектов техносферы требует повышение уровня информационно-метрологического обеспечения производства и эксплуатации объектов. В настоящее время параметры основных конструкционных материалов известны с относительной погрешностью на уровне процентов или их долей. Таков же и метрологический уровень контрольно-диагностической аппаратуры. Недостаток информации компенсируется длительной и затратной экспериментально-производственной отработкой, а так же системой планово-предупредительных ремонтов и осмотров, что не является полной гарантией от аварий и катастроф.

Сложившийся информационный барьер преодолевается переходом от амплитудных к фазовым методам измерительного контроля.

Фазохронометрический вариант этого подхода обеспечивает эффективный мониторинг циклических систем – от часового механизма до мощного турбоагрегата с относительной погрешностью не хуже  $5 \cdot 10^{-4}\%$  на

промышленной частоте. Сочетание прецизионной фазохронометрической системы с постоянно уточняемой по полученным данным измерений математической моделью объекта позволяет реализовать измерительно-вычислительный мониторинг его технического состояния и аварийную защиту. Одновременно решается и проблема информационно-метрологического обеспечения жизненного цикла объектов, включаемых в самоорганизующуюся систему НИИ – КБ – завод – эксплуатируемый объект.

*Ключевые слова:* фазохронометрический метод, мониторинг, циклическая система, амплитудно-фазовый метод, биосфера, техносфера.

## **Оптимизация регуляторов волновых процессов в гидросистемах**

Попов Д.Н., Сосновский Н.Г., Сиухин М.В.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*  
*E-mail: siukhin@bmstu.ru, sosn@bmstu.ru*

Рассмотрены методы оптимизации регуляторов волновых процессов в гидравлических линиях технических систем. Описан метод, обеспечивающий более надежную защиту гидросистем от повреждений путем управления волновыми процессами с помощью оптимальных регуляторов. Изложена последовательность оптимизации системы регулирования волновых процессов.

*Ключевые слова:* гидросистема, линия гидравлическая, процесс волновой, регулятор волновых процессов.

## **Метод идентификации параметров механизмов циклического действия**

Алешин А.К., Кондратьев И.М.

*Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, РФ*  
*E-mail: aleshin\_ak@mail.ru, kiimash@yandex.ru*

Предложен методический подход, основанный на совместном применении вычислительного и натурального экспериментов в комплексе с известным технологическим приёмом, применяемым при балансировке вращающихся тел – методом пробных грузов. Сочетание возможностей перечисленных инструментальных средств позволило разделить затраты энергии двигателя и получить отдельные оценки энергетических затрат двигателя на трение и на изменение кинетической энергии механизма. Показано, как, зная лишь закон изменения угловой скорости выходного звена механизма, можно определить не только приведенный момент инерции механизма, но и моменты сил сопротивления, действующие внутри данного

механизма. Значительно расширены также возможности метода пробных грузов: пользуясь им в комплексе с расчетами и натурным экспериментом удастся определять не только конкретные значения параметров, но и восстанавливать функциональные зависимости для параметров, являющихся переменными величинами.

*Ключевые слова: механизм циклического действия, идентификация параметров, приведенный момент инерции, метод пробных грузов, закон движения механизма.*

## **Оценка долговечности элементов конструкций при сверхмногоцикловой усталости с определением критической плоскости**

Бураго Н.Г.<sup>1</sup>, Никитин А.Д.<sup>2,3</sup>, Никитин И.С.<sup>2,3</sup>, Якушев В.Л.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия*

<sup>2</sup> *Институт автоматизации проектирования РАН, Москва, Россия*

<sup>3</sup> *«МАИ» - Национальный Исследовательский Университет, Москва, Россия*

*E-mail: buragong@yandex.ru, nikitin\_alex@bk.ru, i\_nikitin@list.ru, yakushev@icad.org.ru*

Предложено обобщение критерия Финдли для случая режима СВМУ (сверхмногоцикловая усталость). Рассмотрено определение критической плоскости развития усталостных повреждений для многоосного напряженного состояния. Расчетное напряженное состояние было использовано для оценки безопасного срока службы ответственного элемента конструкции - диска и лопаток компрессора газотурбинного двигателя. Были сопоставлены две оценки безопасного срока службы: для режима малоцикловой усталости (МЦУ) (взлет, полет, посадка) и для режима сверхмногоцикловой усталости (СВМУ) (высокочастотные колебания диска и лопаток). Анализ показывает, что значения долговечности в режиме реального времени для этих режимов могут быть весьма близкими. Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 15-08-02392-а..

*Ключевые слова: циклическое нагружение, усталостное разрушение, сверхмногоцикловая усталость, критическая плоскость.*

# **Влияние спектра напряжения статора на виброактивность ротора асинхронного двигателя**

Гордеев Б.А.,<sup>1</sup> Байков А.И.,<sup>2</sup> Синев А.В.,<sup>3</sup> Гордеев А.Б.<sup>4</sup>

<sup>1</sup> НГТУ, Н. Новгород, Россия

<sup>2</sup> НГТУ, Н. Новгород, Россия

<sup>3</sup> ИМАШ РАН, Н. Новгород, Россия

<sup>4</sup> ННГАСУ, Н. Новгород, Россия

E-mail: g0rd.ab@mail.ru

**Аннотация:** В работе рассматривается влияние гармонических составляющих напряжения статора асинхронного двигателя, у которого искусственно разбалансирован ротор, на спектр измеряемого вибросигнала испытательного стенда. Математическое моделирование электромеханической системы с одним и двумя двигателями показало, что погрешность реализации вибросигнала в этом случае может достигать 20% и более.

Различные условия возникновения дополнительных гармоник в спектре питающего напряжения воспроизводились по ходу вычислительных экспериментов.

*Ключевые слова:* вибрации, асинхронный двигатель, электромеханическая система, спектр гармоник, дисбаланс, матричное уравнение.

## **Измерительное сопровождение и диагностика работы электромеханических систем с помощью фазохронометрического метода**

Ермаков К.С., Крансуцкая А.А., Тумакова Е.В.

МГТУ им.Н.Э. Баумана, Москва, Россия

E-mail: kransutzkaya@yandex.ru

В данной работе рассматривается фазохронометрический подход для диагностики электромеханических систем на примере асинхронного электродвигателя. Проводится спектральный анализ частот, полученных с помощью фазохронометрического стенда.

*Ключевые слова:* фазохронометрия, электромеханические системы, спектральный анализ.

# **Оптимизация методом динамического программирования траектории полёта неманевренного самолёта по расходу топлива**

С.А. Кумакшев

*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия  
E-mail: kumak@ipmnet.ru*

Рассматривается оптимизация траектории перелета типичного среднемагистрального самолёта с одного аэродрома на другой. Оптимизация происходит по расходу топлива и осуществлена сразу для всей траектории, без её декомпозиции на отдельные этапы. Расчет оптимальной траектории проведён для полной модели траекторного движения самолета в вертикальной плоскости. Для учета всех ограничений, налагаемых как техническими особенностями самолета, так и другими требованиями — безопасностью и комфортом пассажиров был применен метод динамического программирования Р. Беллмана.

*Ключевые слова: оптимизация, траектория полета, динамическое программирование, расход топлива.*

## **Применение измерительных технологий в целях оптимизации функционирования и диагностики энергетических систем и конструктивных элементов летательных аппаратов**

Метелкина Е.Д., Комшин А.С.

*МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия  
E-mail: katya2110m@yandex.ru , komshin\_as@mail.ru*

Развитие современного общества и промышленности подразумевает переход не только к индустрии 4.0, но и построению современного общества на уровне социальных благ и окружающей среды – общества 5.0. Данный этап можно охарактеризовать развитием цифровой экономики, информационных измерительных технологий, нейросистем. Перед учеными и инженерами ставятся принципиально новые задачи разработки и эффективного использования новых природных ресурсов, более глубокой интеграции мирового географического и цифрового пространства, решение социальных проблем и построение нового видения инженерных систем.

По мнению многих ведущих ученых мира мы уже вступили в эпоху четвертой промышленной революции, которая сопровождается тем, что цифровые технологии все глубже и глубже проникают в различные сферы

нашей жизни на уровне самообучаемых систем, облачных технологий, аддитивных технологий, живых и биосистем.

Современный этап является особенным именно в части развития измерительных и диагностических *технологий*. В то же время, нельзя не отметить роль и влияние процессов самоорганизации систем и нейронных сетей в различных отраслях: обеспечения безопасности технических объектов, предотвращения техногенных катастроф, авиационной и космической техники, экономики и управления массовым сознанием и т.п.

В материалах представлено состояние дел, связанных с диагностикой сложных технических систем. Приведен анализ основных направлений, получивших развитие в настоящее время для прогнозирования и предупреждения аварийных ситуаций и катастроф.

Отдельно рассмотрен вопрос, связанный с нахождением оптимального соотношения структурно-параметрической идентификации динамической модели исследуемого объекта. Предложены математические методы нахождения оптимального соотношения сложности модели прогнозирования и горизонта прогнозирования технического состояния системы. На практике к реальным объектам может быть применен метод прогнозирования поведения последовательности чисел, образующих временной ряд.

В первом приближении могут быть спрогнозированы параметры и их изменение отдельных узлов конструкции машины, на смену единственному дифференциальному уравнению, задающему закон движения материальной точки в пространстве координат, приходит многофакторная математическая модель, описывающая в идеальном случае изменение технического состояния объекта в виде траектории точки, соответствующей мгновенному состоянию объекта, в многомерном пространстве его параметров.

*Ключевые слова: фазохронометрический метод, контроль, вертолет, редуктор, энергетическая система, измерительная технология, метрологическое обеспечение.*

## **Прецизионное информационно – метрологическое сопровождение динамики прокатного оборудования**

Минязева Л.Х., Шинкаревич Ю.П.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия  
E-mail: miluiza@yandex.ru*

Для решения проблемы информационно-метрологического сопровождения клетки прокатного стана предлагается применение фазохронометрического метода, разработанного в МГТУ имени Н.Э. Баумана. Повышение качества измерительной диагностической информации возможно благодаря переходу от измерений физической величины амплитуды к хронометрической шкале и средств ее реализации, обеспечивающим



относительную погрешность  $\sim 5 \cdot 10^{-4}$  % на промышленной частоте. В данном методе используются прецизионно измеренные временные интервалы, соответствующие интервалам фаз рабочего цикла, зависящие от кинематики движения элементов механизма. Цикличность кинематики движения механизма, их минимальный разброс при осуществлении рабочего цикла позволяют выявить стабильные во времени диагностические признаки и индивидуальные количественные параметры, которые характеризуют техническое состояние прокатного стана. В отличие от вибродиагностики с помощью фазохронометрической диагностики можно в сотни раз быстрее определить изменение режимов работы прокатного оборудования. Встроенные системы данного прецизионного контроля просты и надежны в эксплуатации. Обязательным условием для реализации фазохронометрического метода является измерительно-вычислительное сопровождение функционирования прокатного стана. Для этого разработана система дифференциальных уравнений, описывающая многомассовую крутильную систему, представляющую прокатный стан.

*Ключевые слова: прокатный стан, фазы рабочего цикла, интервалы времени, фазохронометрический метод, математическая модель.*

## **Метрологическое обеспечение – потенциал ультразвуковой дефектометрии.**

Скрипка В. Л.<sup>1</sup>, Титов В. Ю.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия

<sup>2</sup> ЛНК, ООО «НТК ЭКОНТ», Реутов, Россия

*E-mail: slatit@mail.ru*

Рассмотрены проблемы метрологического обеспечения ультразвукового контроля, связанные с квалификацией дефектоскопистов, аттестацией настроечных и калибровочных образцов, аттестацией методик выполнения измерений, а также с неэквивалентностью нормирования точности средств измерения и методов интерпретации.

С целью повышения точности оценки погрешности поверяемого дефектоскопа и достоверности результатов поверки предложено оценивание композиции распределений вероятности случайной и неисключённой систематической составляющих. Отмечается необходимость разработки локальных поверочных схем для обеспечения прослеживаемости передачи единицы измерения при проведении поверочных операций.

Предложена структура взаимокорреляционной обработки данных на основе учета нескольких критериев.

Предложенные методы метрологического обеспечения ультразвукового контроля будут способствовать развитию самостоятельного направления –

дефектометрия, а значит и совершенствование точностных параметров, сходимости и воспроизводимости результатов.

*Ключевые слова: ультразвуковой контроль, корреляционная обработка, дефектометрия, метрологическое обеспечение.*

## **Устойчивость по Якоби и коррекция параметров динамических систем с использованием гибридных алгоритмов**

Сулимов В.Д.<sup>1</sup>, Шкапов П.М.<sup>1</sup>, Сулимов А.В.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

<sup>2</sup>*Филиал МГУ им. М.В. Ломоносова в г. Севастополе, Россия*

*E-mail: spm@bmstu.ru*

Динамические системы, непрерывно изменяющиеся во времени, эффективно используются как теоретический инструмент для математического моделирования процессов и явлений в различных областях физики и техники. Глобальная устойчивость систем описывается хорошо известной теорией устойчивости по Ляпунову. Альтернативный подход представлен анализом локальной устойчивости, или устойчивости по Якоби, основанным на теории Косамби–Картана–Черна (ККЧ). В рамках теории ККЧ эволюцию динамической системы описывают в геометрических терминах, рассматривая ее как геодезическую в финслеровом пространстве. Если с динамической системой ассоциированы нелинейная связность и связность типа Бервальда, то могут быть получены пять геометрических инвариантов. Второй инвариант (называемый также тензором кривизны отклонения) определяет устойчивость системы по Якоби. Чтобы применить теорию ККЧ, необходимо динамическую систему представить как систему нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка. Тогда тензор кривизны отклонения и его спектр собственных значений могут быть определены в явном виде. Тензор кривизны и его собственные значения зависят от свободных параметров рассматриваемой динамической системы. Предполагается, что приближенные собственные значения тензора известны из эксперимента. Соответствующая обратная задача на собственные значения формулируется так: найти свободные параметры системы по неточным косвенным (полученным при измерениях) данным. Функция рассогласования задачи строится на основе сравнения двух спектров: полученного из эксперимента и найденного из решения прямой задачи на собственные значения (для второго инварианта). При решении обратной задачи используется оптимизационный подход. В общем случае обратные задачи являются некорректно поставленными, при этом метод регуляризации Тихонова является стандартным для получения корректной постановки задачи. Так как экспериментальные данные являются неполными и неточными, а собственный спектр в общем случае содержит кратные собственные значения,

то функция рассогласования имеет много локальных минимумов и является не всюду дифференцируемой. Следовательно, необходимо использовать методы глобальной недифференцируемой оптимизации. Предложены два оригинальных гибридных алгоритма глобальной оптимизации, объединяющих стохастический кратный алгоритм столкновения частиц (для сканирования пространства поиска) и детерминированные методы (для локального спуска). В первом алгоритме для локального поиска вводятся двухпараметрические сглаживающие аппроксимации с итерационным уточнением. Во втором алгоритме локальный поиск реализуется методом Хука–Дживса без использования производных. Представлены результаты успешных вычислительных экспериментов, подтверждающие эффективность предложенного подхода.

*Ключевые слова:* динамическая система, устойчивость по Якоби, геометрический инвариант, коррекция параметров, глобальная оптимизация, гибридный алгоритм.

## **Устойчивость по Якоби и вычислительная диагностика системы Лоренца с использованием гибридных алгоритмов**

Шкапов П.М.<sup>1</sup>, Сулимов А.В.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

<sup>2</sup>*Филиал МГУ им. М.В. Ломоносова в г. Севастополе, Россия*

*E-mail: spt@bmstu.ru*

Эффективным математическим методом исследования динамических систем является теория Косамби–Картана–Черна (ККЧ). При использовании этого подхода эволюцию динамической системы во времени описывают в геометрических терминах, рассматривая ее как геодезическую в финслеровом пространстве. Математическая модель системы Лоренца играет важную роль при исследовании гидродинамической неустойчивости и природы турбулентности. С целью геометризации эволюции системы вводятся нелинейная связность и связность типа Бервальда, что позволяет получить пять геометрических инвариантов. Второй инвариант (также называемый тензором кривизны отклонения) определяет устойчивость системы по Якоби. При использовании теории ККЧ первым шагом является приведение системы Лоренца к системе двух нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка. Тогда тензор кривизны отклонения и его собственный спектр могут быть определены в явном виде. Как тензор, так и собственный спектр зависят от свободных параметров системы Лоренца: указанные параметры с физической точки зрения могут быть интерпретированы как число Прандтля, нормализованное число Рэлея и число, связанное с длиной волны, соответственно. Предполагается, что диагностическая информация

(собственные значения второго инварианта) известна приближенно из эксперимента. Формулируется следующая обратная задача вычислительной диагностики системы Лоренца: найти свободные параметры системы по неточным данным, полученным при косвенных измерениях, и выполнить анализ ее устойчивости по Якоби. Функция рассогласования задачи строится на основе сравнения двух собственных спектров: полученного из эксперимента и найденного из решения прямой задачи на собственные значения (для второго ККЧ-инварианта, описывающего математическую модель системы). При решении обратной задачи используется оптимизационный подход. Хорошо известно, что обратные задачи часто являются некорректно поставленными, поэтому следует применять метод регуляризации Тихонова для получения корректной постановки задачи. Так как для динамических систем в общем случае экспериментальные данные являются неполными и неточными, а собственные спектры обычно содержат кратные собственные значения, то функция рассогласования является невыпуклой (имеет локальные минимумы) и не всюду дифференцируемой. Следовательно, для решения обратной задачи требуется применение методов глобальной недифференцируемой оптимизации. Предложены два оригинальных гибридных алгоритма глобальной оптимизации, объединяющих стохастический кратный алгоритм столкновения частиц (для сканирования пространства поиска) и детерминированные методы (для локального поиска). В первом алгоритме при локальном поиске применяется метод кривой, заполняющей пространство. Во втором алгоритме локальный поиск реализуется модифицированным симплекс-методом Нелдера–Мида. Приведены результаты успешных вычислительных экспериментов по диагностированию системы Лоренца.

*Ключевые слова: система Лоренца, устойчивость по Якоби, геометрический инвариант, вычислительная диагностика, глобальная оптимизация, гибридный алгоритм.*

## **Совместное использование фазохронометрической и вибродиагностической измерительной информации**

Сырицкий А.Б., Потапов К.Г., Болдасов Д.Д.

*МГТУ им.Н.Э. Баумана, Москва, Россия  
E-mail: syritsky@yandex.ru*

В данной работе рассматривается вопрос возможности совместного использования фазохронометрической и вибродиагностической измерительной информации. Для подтверждения возможности совмещения методов были проведены экспериментальные исследования на станке УТ16П. Также рассматривается система дифференциальных уравнений, соответствующая динамической схеме шпинделя станка.

*Ключевые слова: фазохронометрия, вибродиагностика, математическое моделирование.*

## **Вибрации проводников при пропускании импульсов тока и неразрушающий контроль**

Троицкий О.А.<sup>1</sup>, Стащенко В.И.<sup>1</sup> и Скворцов О.Б.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>*Институт машиноведениям. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия*

<sup>2</sup>*НТЦ"Завод Балансировочных Машин", Москва, Россия*

*E-mail: oatroitsky@rambler.ru*

Действие импульсного тока на металл в процессе его обработки меняет его пластические свойства и находит применение в металлообработке. Выбор режима воздействия током на металл при электропластической обработки может быть оптимизирован при исследовании процесса возбуждения механических колебаний в образцах при воздействии импульсного тока. Исследования образцов из различных материалов показывает, что затухающие виброакустические колебания формируются на переднем и заднем фронтах импульса тока. При достаточно большой длительности в материалах с физическими свойствами, обеспечивающими быстрое затухание, например из меди, такие процессы независимы, близки по форме и имеют противоположные знаки. Если длительность импульса тока уменьшается, колебания формируемые на переднем и заднем фронтах успевают оказать взаимное влияние и приводят к интерференции. Такое взаимодействие виброакустических колебаний с учетом их фаз может приводить к существенному увеличению размаха колебаний. Возможность управления виброакустическими колебаниями в металле не только за счет изменения амплитуды импульсного тока, но и сравнительно малыми изменениями длительности позволят расширить возможности управления электропластической обработкой металлов. Управление амплитудой колебаний за счет изменения длительности импульсов технически выполнить проще, чем регулирование токов большой величины. При воздействии на металлы с небольшим затуханием управление длительностью импульса тока может обеспечить также выбор мод, на которых происходят колебания. Возбуждение виброакустических колебаний в проводниках и контроль таких колебаний простыми виброизмерительными системами может также найти применение при разработке средств неразрушающего контроля проводников электромеханического оборудования.

*Ключевые слова: проводник, импульсный ток, вибрация, пинч-эффект, неразрушающий контроль.*

# **Измерительное сопровождение и диагностика работы электромеханических систем с помощью фазохронометрического метода**

Ермаков К.С., Крансуцкая А.А., Тумакова Е.В.

*МГТУ им.Н.Э. Баумана, Москва, Россия  
E-mail: kransutzkaya@yandex.ru*

В данной работе рассматривается фазохронометрический подход для диагностики электромеханических систем на примере асинхронного электродвигателя. Проводится спектральный анализ частот, полученных с помощью фазохронометрического стенда.

*Ключевые слова: фазохронометрия, электромеханические системы, спектральный анализ.*

## **СЕКЦИЯ 8 ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА**

### **Применение адаптивных сеток к задачам сверхзвуковой аэродинамики**

Бураго Н.Г.<sup>1</sup>, Никитин И.С.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия*

<sup>2</sup>*Институт автоматизации проектирования РАН, Москва, Россия*

*E-mail: buragong@yandex.ru, i\_nikitin@list.ru*

Рассматриваются методы решения для сверхзвуковой аэродинамики, которые обеспечивают резкое увеличение точности расчета и снижение стоимости вычислений. Это достигается путем сквозного счета с использованием упругих свободно подвижных адаптивных сеток, которые минимизируют ошибки аппроксимации вблизи ударных волн, пограничных слоев, контактных разрывов и движущихся границ. Приводятся примеры решений для плоских и осесимметричных сверхзвуковых течений с ударными волнами. При изменении типа задачи или режима течения не требуется изменять какие-либо параметры метода. Работа выполнена в рамках проекта РФФ.

*Ключевые слова: подвижные адаптивные сетки, сверхзвуковые течения, вариант метода Петрова-Галеркина, конечные элементы, уравнивающая вязкость.*

# **Разработка расчетной схемы вихревых методов для определения интенсивности вихревого слоя при аппроксимации формы профиля эрмитовыми сплайнами**

Кузьмина К.С., Марчевский И.К.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*  
*E-mail: kuz-ksen-serg@yandex.ru , iliamarchevsky@mail.ru*

В работе построена новая расчетная схема для решения граничного интегрального уравнения на поверхности профиля, возникающего при моделировании обтекания с помощью вихревых методов. Вместо стандартного подхода в вихревых методах, согласно которому исходная граница профиля заменяется прямолинейными панелями-отрезками, используется метод аппроксимации с помощью сплайнов. Для решения интегрального уравнения используются идеи разрывного метода Галеркина с константными и линейными базисными функциями. Криволинейные интегралы, возникающие при таком подходе, могут быть вычислены с помощью интегрирования по 4-м гауссовым точкам. Для случаев, когда численное интегрирование вызывает сложности, получены точные аналитические выражения для вычисления интегралов. Разработанная расчетная схема обеспечивает 4-й порядок точности для средних значений интенсивности вихревого слоя на панелях.

*Ключевые слова: вихревой метод, вихревой слой, криволинейная граница, эрмитов сплайн, метод Галеркина.*

## **Иерархия подходов к приближенному решению интегрального уравнения для интенсивности вихревого слоя при расчете обтекания профилей произвольной формы**

Кузьмина К.С., Марчевский И.К., Рятина Е.П.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*  
*E-mail: kuz-ksen-serg@yandex.ru, iliamarchevsky@mail.ru, evgeniya.ryatina@yandex.ru*

Построена иерархия расчетных схем для численного решения граничного интегрального уравнения, возникающего в вихревых методах вычислительной гидродинамики при моделировании обтекания профиля несжимаемой средой. В основу построения расчетных схем положены идеи метода Галеркина. Решение представлено в виде кусочно-постоянного либо кусочно-линейного распределения, обтекаемый профиль при этом аппроксимируется прямолинейными отрезками-панелями. Построенные схемы применимы для расчета обтекания произвольных профилей; возможно их обобщение на случай

моделирования обтекания подвижных и деформируемых профилей и решения сопряженных задач гидроупругости.

Наиболее точные из предложенных схем обеспечивают второй порядок точности при определении интенсивности вихревого слоя на профиле, при этом схема, обеспечивающая наибольшую точность (схема типа МКЭ с выделением разрыва решения), позволяет получить качественно правильное решение – непрерывное там, где непрерывно точное решение, и разрывное в точках разрыва точного решения, и при этом является экономичной: размер матрицы системы линейных уравнений оказывается близким к числу панелей, аппроксимирующих контур обтекаемого профиля.

*Ключевые слова: вихревой метод, завихренность, интегральное уравнение, метод Галеркина, разрывное решение.*

## **On integration of vortex sheet influence in 3D flow simulation by using vortex methods**

Marchevsky I.K., Shcheglov G.A.

*Bauman Moscow State University, Moscow, Russia  
E-mail: iliamarchevsky@mail.ru, shcheglov\_ga@bmstu.ru*

The original numerical scheme is developed for vortex sheet intensity computation for 3D incompressible flow simulation using meshless Lagrangian vortex methods. It is based on tangential components of the velocity boundary condition satisfaction on the body surface instead of widespread condition for normal components. For the body triangulated surface the corresponding integral equation is approximated by the system of linear algebraic equations, which dimension is doubled number of triangular panels. Vortex layer intensity on the panels assumed to be piecewise-constant. The coefficients of the matrix are expressed through double integrals over the influence and control panels. When these panels have common edge or common vertex these integrals become improper. In order to compute them it is necessary to exclude the singularities, i.e., to split the integrals into regular and singular parts. Regular parts are expressed by smooth functions, so they can be integrated numerically with high precision by using Gaussian quadrature formulae. For singular parts exact analytical integration formulae are derived. The developed approach allows to raise significantly the accuracy of vortex layer intensity computation in vortex method for flow simulation around arbitrary 3D bodies. The test problem of flow simulation around the sphere is considered. The exact analytical solution is known for it, and the developed numerical scheme provides more accurate results in comparison with 'classical' 3D vortex method, especially when non-uniform unstructured triangular meshes are used for bodies surface representation. It allows to use arbitrary triangular mesh on body surface and to refine mesh near sharp edges, what is especially important for flow simulation around bodies with complicated geometry.



*Key words: Vortex methods, 3D flow simulation, incompressible flow, vortex sheet, improper integral, singularity exclusion.*

## **Энтропия и численное моделирование на основе модифицированной схемы С.К. Годунова**

Туник Ю.В.

*НИИ механики МГУ, МГУ имени М.В.Ломоносова, Москва, Россия  
E-mail: tunik@imec.msu.ru*

Схема С.К. Годунова является первой из консервативных схем, позволяющая численно получать разрывные решения уравнений гидродинамики. Основные достоинства схемы: монотонность, неубывание энтропии и наглядность построения численного алгоритма. За прошедшие десятилетия предложены всевозможные модификации схемы Годунова. Суть модификаций состоит в изменении выражений для вычисления потоков на границах между соседними расчетными ячейками. Первая из них предложена В.П. Колганом. Схема имеет второй порядок аппроксимации по пространственным переменным на гладких решениях и первый по времени. В данной работе предлагается обобщение модификации Колгана. Построена схема, повышающая точность численного решения задач газовой динамики по сравнению со схемой Годунова. Модифицированные схемы Годунова исследуются на неубывание энтропии применительно к системе уравнений распространения плоских звуковых волн в покоящейся газовой среде. Вопрос представляет интерес, поскольку определяет способность численной схемы осуществлять физически оправданное моделирование. Решаются тестовые задачи нелинейной газовой динамики о распаде разрыва в трубе (задача Сода) и обтекании плоского прямоугольного выступа сверхзвуковым потоком химически инертного невязкого газа.

Показано, что схема Колгана не гарантирует физически оправданное решение задач динамики невязкого газа методом установления. Предлагаемая модификация способна обеспечить физически оправданное решение и большую детализацию картины течения, чем схема Годунова. Однако схема Годунова остается актуальным инструментом численного моделирования, несмотря на появление схем более высокого порядка аппроксимации.

*Ключевые слова: расчетная схема, энтропия, порядок точности, разностный аналог, расчетная сетка, звуковые волны, уравнения Эйлера, инварианты, невязкий совершенный газ.*

# Численное моделирование конвективного теплообмена при выращивании кристаллов

А.И. Федюшкин

*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия  
E-mail: fai@ipmnet.ru*

В настоящей работе представлены результаты численного моделирования конвективного теплопереноса при выращивании монокристаллов методами Бриджмена, Чохральского и плавающей зоны, а также показано влияние гармонических управляемых поступательных вибраций. При выращивании монокристаллов, вибрации могут оказывать существенное влияние на гидродинамику расплава, на распределения температуры и примеси, на скорость кристаллизации и, как следствие, на свойства и совершенство кристаллов. Для квазиустановившихся режимов приведены мгновенные и осредненные по времени характеристики вибрационных течений расплава. Показано, что вибрации могут интенсифицировать тепло-массоперенос в расплаве, вылаживать фронт кристаллизации, а также уменьшать толщины пограничных слоев (динамического, температурного и концентрационного), что может приводить к увеличению температурного градиента на фронте кристаллизации и увеличению скорости роста кристаллов.

## Сравнительное исследование лимитеров семейства WENO для моделирования течений газа методом RKDG

Фуфаев И.Н.<sup>1</sup>, Лукин В.В.<sup>1,2</sup>, Марчевский И.К.<sup>1</sup>, Галеева В.Д.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

<sup>2</sup>*Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия  
Email: cooler2311@rambler.ru*

Проведено сопоставление ряда методов семейства WENO монотонизации численного решения, получаемого разрывным методом Галеркина. Проанализированы варианты методики, использующие как точечные значения численного решения, так и наклоны решения в ячейках. Проведены тестовые расчеты для одномерной системы уравнений газовой динамики на примере задачи Сода о распаде разрыва с образованием ударной волны, волны разрежения и контактного разрыва. Сделаны выводы о достоинствах и недостатках рассмотренных вариантов методики, включая вопросы монотонности получаемого решения, величины численной диссипации, трудозатратности и расширяемости программной реализации.

*Ключевые слова: разрывный метод Галеркина, газовая динамика, лимитеры, WENO-реконструкция.*

# Влияние аппроксимации граничных условий на устойчивость метода решения уравнений Навье – Стокса в переменных «вихрь – функция тока»

Шатров О.А.,<sup>1</sup>Щерица О.В.,<sup>1, 2</sup>Мажорова О.С.<sup>1, 2</sup>

<sup>1</sup> МГТУ имени Н.Э. Баумана, Москва, Россия

<sup>2</sup> Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия  
Email: shatrov.oleg.a@gmail.com, shchery@keldysh.ru, magor@keldysh.ru

Работа посвящена исследованию численных методов решения уравнений Навье–Стокса в переменных "функция тока — вихрь". Проведён анализ эффективности использования прямых методов решения разностных уравнений, возникающих при аппроксимации уравнений Навье-Стокса методом конечных разностей. Рассмотрены алгоритмы на основе совместного и последовательного решения уравнения переноса вихря и уравнения Пуассона для функции тока. Для решения систем линейных уравнений в программном комплексе использовалась библиотека от компании Intel: IntelMathKernelLibrary, которая содержит параллельный алгоритм LU разложения разреженных матриц. Работа рассмотренных алгоритмов иллюстрировалась на решении задачи о развитии конвекции Рэля – Бенара вблизи порога устойчивости. Результаты расчетов показали, что современные методы решения линейных уравнений с ленточной структурой позволяет конструировать быстрые и надёжные разностные алгоритмы для решения уравнений Навье – Стокса, основанные на совместном решении уравнений для функции тока и завихренности.

*Ключевые слова:* уравнения Навье – Стокса, конвекция Рэля –Бенара, математическое моделирование.

# Параметры критической орбиты и условия существования космического аппарата.

<sup>1</sup>Геча В.Я., <sup>2</sup>Сидняев Н.И., <sup>2</sup>Онуфриев В.В.

<sup>1</sup> Акционерное общество «Научно-производственная корпорация «Космические системы мониторинга, информационно-управляющие и электромеханические комплексы» имени А.Г. Иосифьяна», Москва, Россия  
<sup>2</sup> МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия  
E-mail: vniiem@orc.ru, Sidnyaev@bmstu.ru

Отклонения фактических параметров траектории космического аппарата (КА) от расчетных являются следствием возмущений, действующих на орбитальных участках траектории (отклонения от номинала внешних условий полета, ошибки приборов системы управления, разброс конструктивных параметров КА и двигательной установки малой тяги и т.д.) [1-2]. Учитывая, что на низком участке траектории движение КА управляемое, отклонения параметров в момент выключения импульсного двигателя определяются в конечном итоге методической и инструментальной ошибками системы управления.

Решение баллистических задач проводится путем математического моделирования тех реальных процессов, которые происходят при полете КА. Для такого моделирования необходимо иметь математическое описание КА, внешних условий космического пространства, в которых протекает полет и взаимодействия КА с внешним разряженным пространством. Необходимо также условиться о мерах отсчета основных физических величин, с которыми придется иметь дело, и определить системы координат относительно которых будут проводиться расчеты.

Необходимо отметить, что на больших траекторных высотах длина свободного пробега молекул воздуха соизмерима с размерами КА, поэтому коэффициент  $C_T \approx 2 \div 2,5$ . Площадь миделевого сечения ориентированных КА полагают известной. При исследовании орбитального движения неориентированного КА считают, что его движение относительно центра масс хаотическое. В этом случае принимают  $S_M = 0,25S_{\text{полн}}$ , где  $S_{\text{полн}}$  — площадь всей поверхности КА.

Условиям, при которых КА прекращает свое существование, соответствуют элементы критической орбиты: минимально возможная высота  $h_{\text{крит}}$  полета, минимальный период обращения  $T_{\text{крит}}$  и др. Под критической рассматривается такая орбита, на которой КА может сделать один полный оборот вокруг Земли. Критические значения высоты полета и периода обращения зависят от баллистического коэффициента  $C = 0,5C_x S_M / m$  и принятой в расчетах модели атмосферы.

## Список литературы

1. Макриденко Л.А., Геча В.Я., Сидняев Н.И., Онуфриев В.В. Условия полетов в верхней атмосфере Земли низкоорбитальных спутников/Труды Всероссийской научно-практической конференции «Проблемы создания и применения малых космических аппаратов и робототехнических средств в интересах Вооруженных сил Российской Федерации» (12-13 апреля 2016г.)/под общ. ред. Ю.В.Кулешова. –Спб.: ВКА имени А.Ф. Можайского, 2016.-Т.2. С.228-233.
2. Макриденко Л.А., Геча В.Я., Сидняев Н.И., Онуфриев В.В., Говор С.А. Определение высотных характеристик электрических ракетных двигателей космического аппарата методами планирования эксперимента/Проблемы управления. 2017. №1. С.75-85.

## СЕКЦИЯ 9

### АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

#### 9.1 Динамические процессы в технике

#### Определение динамических нагрузок спутниковых систем метом Монте-Карло в сильно разряженной среде

<sup>1</sup>Геча В.Я., <sup>2</sup>Сидняев Н.И., <sup>2</sup>Онуфриев В.В.

<sup>1</sup> Акционерное общество «Научно-производственная корпорация «Космические системы мониторинга, информационно-управляющие и электромеханические комплексы»

имени А.Г. Иосифьяна», Москва, Россия

<sup>2</sup> МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

E-mail: vniiem@orc.ru, Sidnyaev@bmstu.ru

Большую часть срока службы космический аппарат (КА) находится на большой высоте, при свободномолекулярных условиях, и экспериментальное исследование в таких условиях довольно проблематично. Поэтому методы вычислительной аэродинамики разреженного газа в настоящее время являются практически единственным средством получения информации об аэродинамической обстановке около космического аппарата на больших высотах. Особенности исследований высотной аэродинамики связаны с тем, что при проектировании и эксплуатации КА необходимо рассчитывать аэродинамические характеристики (АДХ) в широком диапазоне изменения определяющих параметров (высоты полета, параметров атмосферы, скорости полета, ориентации КА, геометрических параметров модели КА и т.п.).

Определение граничных условий на обтекаемых разреженным газом поверхностях является одной из важнейших проблем кинетической теории газов. Взаимодействие газа с поверхностью обтекаемого тела играет определяющую роль в высотной аэродинамике. Проявление методов

статистического моделирования (Монте-Карло) в различных областях прикладной математики связано с необходимостью решения качественно новых задач, возникающих из потребностей практики. Метод прямого статистического моделирования является наиболее распространенным среди численных методов решения прикладных задач динамики разреженного газа. Метод Монте-Карло широко применяется в аэродинамике как универсальный метод расчета тел сложной формы с учетом затенения и многократных соударений с поверхностью отраженных частиц. Более того, тенденции применения этого метода к расчету всего спектра течений — от сплошной среды до свободномолекулярного течения.

Важным преимуществом метода прямого статистического моделирования по сравнению с решением задачи на основе уравнения Больцмана является формулировка граничных условий в терминах вероятностного описания для каждой молекулы, а не в виде функции распределения в окрестности границы. Полагается, что на границах области столкновения молекул между собой не играют существенной роли, что справедливо в случае малых чисел Кнудсена, т.е. когда длина пробега существенно превышает размеры тела. Далее необходимо вычислить количество частиц, влетающих в область в единицу времени через все границы. Для того чтобы течение было свободномолекулярным при умеренных числах Маха, достаточно потребовать, чтобы число Кнудсена  $l_{\infty}/L \ll 1$ . Как показывают эксперименты, в некоторых случаях свободномолекулярный режим достигается при  $Kn \approx 2 \div 3$ . При гиперзвуковом обтекании нельзя указать одного критерия, определяющего область свободномолекулярных течений или близких к ним. Эти критерии оказываются зависящими от формы тела и законов взаимодействия молекул между собой и с поверхностью тела (коэффициентов аккомодации).

Целью настоящей работы является исследование АДХ КА методом прямого статистического моделирования (Монте-Карло) в высокоскоростном потоке разреженного газа. В работе рассматриваются различные модели взаимодействия молекул газа с поверхностью и их влияние на АДХ.

## **К построению бесконечной алгебраической $K$ - теории.**

Дергачев В. М., Лелявин С.Н.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия  
E-mail: lel@internets.ru;*

На языке симплициальных множеств проводится построение функтора из категории нильпотентных подалгебр в категорию условно минимальных флагов. Доказывается теорема, что множество флагов-симплексов удовлетворяет условию полноты. Подробно рассматриваются необходимые понятия и определения. Приводимые построения с успехом применяются в конструкции алгебраических  $K$  функторов Атьи – Милнора

$K^0(A), K^1(A), K^2(A) \dots$  [2]. Это необходимо для построения всей бесконечной цепочки функторов.

Ключевые слова: категория, симплициальные комплексы, подалгебры, эндоморфизм, морфизмы, ретракция, флаг,  $K$  – функтор.

Пусть  $\Delta$ -категория, объектами которой являются упорядоченные множества:  $[n] = \{0, 1, \dots, n\}, n \in \mathbb{N}$ , а морфизмами - неубывающие инъективные отображения:  $d_n^i : [n-1] \rightarrow [n], i \notin [n]$  и  $s_n^i : [n+1] \rightarrow [n], i \in [n]$ , тогда  $\forall \alpha : [m] \rightarrow [n]$  представимо в виде суперпозиции конечного числа основных отображений  $s^i$  и  $d^i$  [1].

**Определение 1.** Пусть  $C$  - произвольная категория, симплициальным объектом категории  $C$  называется произвольный контравариантный функтор  $X : \Delta \rightarrow C$ , морфизмами симплициальных объектов считаются соответствующие функторы морфизмы.

**Определение 2.** Пусть  $Q$  - некоторый проективный  $A$  модуль, флагом  $F$  в модуле  $Q$  назовем конечную фильтрацию свободными  $Q$  - подмодулями:  $Q = Q_0 \supseteq Q_1 \supseteq \dots \supseteq Q_l \supseteq 0$ , такими, что каждый  $Q_i$  либо совпадает с  $Q_{i+1}$ , либо является прямым слагаемым в  $Q_{i+1}$ , назовем  $l$  - длиной флага  $F$ . Обозначим через  $\Phi$  множество всех флагов  $F$  свободного  $A$  - модуля  $\leftrightarrow A^n$ . Пусть  $F^n = \{A^n_0 \supseteq F_1 \dots \supseteq F_n \supseteq 0\}$  флаг длины  $n$  в модуле  $A^n$ . Обозначим через  $X_n$  множество флагов длины  $n$  в модуле  $A^n$ . Определим операторы  $d_i$  и  $s_i$  на подмножествах  $X_n \subset \Phi : d_i : X_n \rightarrow X_{n-1}$  - операторы вычёркивания  $i$ -слагаемого  $F_i$  во флагах  $X_n, s_i : X_n \rightarrow X_{n+1}$  - оператор удвоения  $i$ -модуля  $F_i$ .

**Определение 3.** Подмножество  $D \subset \Phi$  называется полным, если  $\forall \sigma^n \in D$  симплекса и  $\forall (\sigma^{n_1}, \dots, \sigma^{n_k}) \subset D$  - его подсимплексов  $\exists \bigcup_{i=1}^k \sigma^{n_i} \in D$  (условие полноты).

**Определение 4.** Пусть  $\sigma^n \in D \subset \Phi$ , тогда подсимплекс  $\sigma^n \in \sigma^N, \sigma^n \in D$  является минимальным для  $\sigma^N \in D$ , если любая грань  $\sigma^n \notin D$ .

Пусть  $\sigma^N \in D \subset \Phi, \sigma^{n_1}, \dots, \sigma^{n_k}$  - всевозможные минимальные симплексы для  $\sigma^N \in D$ ,

тогда  $\sigma^N \supset \bigcup_{i=1}^k \sigma^{n_i} = \sigma^N$  - условно минимальный симплекс (флаг) для  $\sigma^N \in D$ .

**Определение 5.**  $\Phi \supset D$  - допустимое множество для подалгебры  $NA \subset \text{END}(A^N)$ ,

если  $\forall F = \{A^N \supseteq F_1 \dots \supseteq F_l \supseteq 0\} \in D$  - флага и  $\forall b \in NA$  - эндоморфизма

$\exists b(F_j) \subset F_{j+1}, F_0 = A^N, F_{l+1} \equiv 0, j = 0, 1, \dots, l \forall F_j$  - вершин флага  $F$ .

**Теорема.** Множество  $D$  допустимых флагов – симплексов из  $\Phi$  удовлетворяет условию полноты.

# Физические особенности рабочего процесса высоковольтных высокотемпературных термоэмиссионных диодов для систем преобразования тока космических энергодвигательных установок

Е.В. Онуфриева, В.В. Онуфриев, Н.И. Сидняев, А.Б. Ивашкин

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия  
E-mail: Onufryev@bmstu.ru*

Работа системы преобразования тока (СПТ), построенной на высокотемпературных вентилях плазменной электроэнергетики (сеточных ключевых элементах – СКЭ и высоковольтных плазменных термоэмиссионных диодах – ВПТД) во многом зависит от величины напряжения обратного дугового пробоя – параметра, определяющего электрическую мощность и рабочее напряжение СПТ. Применительно к космическим энергодвигательным установкам (ЭДУ) указанные характеристики СПТ будут влиять на выбор электроракетного двигателя, который определяет баллистику перелета, массовую эффективность транспортной задачи. В результате электрические параметры СПТ будут влиять на эффективность энергодвигательной установки.

В отличие от существующих моделей и подходов по описанию плотного тлеющего разряда в межэлектродном зазоре (МЭЗ) ВПТД, в данной работе в рамках самосогласованной системы уравнений, впервые получено аналитическое решение для распределений потенциала, напряженности электрического поля и температуры атомов в ионном слое у отрицательного электрода. Показано, что основной причиной, обеспечивающей поддержание высоковольтного слаботокового состояния МЭЗ (плотный тлеющий разряд) является энергетический баланс области возбужденных атомов у поверхности отрицательного электрода.

Получено выражение для закона распределения напряженности электрического поля в ионном слое для режима обратного тока в простой форме:

$$E(x) = \frac{E(d_k)}{\left[ 1 + \frac{E(d_k)^{1/4}}{2} \left( \frac{2k}{5\chi_a} \right)^{1/2} \left( \frac{2^{1/2} e n_a^3 Q_{ia}}{m_a} \right)^{1/4} (d_k - x) \right]^4} . \quad (1)$$

Расчеты, выполненные по зависимости (1), показывают, что область сильного изменения поля (где в основном сосредоточено обратное напряжение, приложенное к МЭЗ ВПТД) формируется вблизи поверхности отрицательного электрода и составляет не более 5-10 % от величины  $d_k$ .

Величина обратного приложенного напряжения  $U_{обр}$ , зависит от теплопроводности  $\chi_a(T_a)$  и давления пара рабочего вещества  $p_{Cs} = kn_a T_a$ , но



практически не зависит от длины МЭЗ -  $\Delta_{\text{МЭЗ}}$ . Интегральная величина обратного напряжения, приложенного к ионному слою определяется как:

$$U_{\text{обр}} = \frac{4E(d_k)^{3/4}}{\left(\frac{2}{5} \frac{k}{\chi_a}\right)^{1/2} \left(\frac{2^{1/2} e n_a^3 Q_{ia}}{m_a}\right)^{1/4}}. \quad (2)$$

## **Физико-технические проблемы создания космических аппаратов для транспортировки радиоактивных отходов в дальний космос**

Онуфриев А.В., Онуфриев В.В., Дмитриев С.Н., Сидняев Н.И.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

На современном этапе развития науки система моделей, описывающая КА, превратилась в сложную и развитую систему и потребовала применения системного анализа с целью оптимизации КА. Перспективной областью приложения идей и методов системного анализа в настоящее время является проблема автоматизации проектирования и создания систем автоматизированного физико-технического проектирования (САПР) сложных объектов, в частности КА, ЭРДУ и т.д.

Стержневым вопросом автоматизации физико-технического проектирования является проблема адекватного проектирования на начальном этапе, где наиболее трудным и ответственным является физико-техническое и технико-экономическое обоснование альтернативных вариантов при формировании технического облика энергодвигательной установки (ЭДУ) с ЭРДУ и собственно КА с его системами. Поэтому этап аванпроекта – та область, где применение физико-технического системного анализа помогает компенсировать слабости вычислительной техники в САПР.

А это, в свою очередь, требует создания иерархических уровней физического и технического проектирования, которые в свою очередь должны быть согласованы, скорректированы, формализованы в единый блок.

Весь процесс физико-технического проектирования удобно представить в виде трех этапов:

- внешнее проектирование;
- «формирование облика» технической системы;
- внутреннее проектирование.

Основной задачей внешнего проектирования является – конкретизация целей и задач, решаемых технической системой, требований к характеристикам системы (КА).

Задача этапа «формирование облика» - служит для увязки требований этапа внешнего проектирования с технологическими и внутренними возможностями этапа внутреннего проектирования.

Здесь появляется генерирование множества параметров альтернативных вариантов проектируемой системы (КА с ЭРДУ для транспортировки РАО), которое с одной стороны учитывает физические и технические возможности «внутреннего» проектирования и требования к ним этапа «внешнего» с другой стороны.

Задача «внутреннего» проектирования – конкретизация технической реализации параметров КА и его агрегатов и узлов с учетом физических процессов и условий функционирования. В целом такой подход отвечает оптимальности принятия решения, то есть оптимизации технического решения. Эффективность задачи проектирования КА определяется двумя критериями:

- массовая эффективность – максимальная полезная нагрузка, выводимая с помощью ЭРДУ на орбиту, к планете и т.д.
- стоимостная эффективность, определяемая из минимизации затрат на выполнение задачи с учетом затрат на разработку и эксплуатацию.

Использование массовых критериев базируется на механике космического полета, а стоимостные оценки используются в верхних уровнях проектирования («внешнее») при оценках перспективных и новых разработок. Массовые критерии позволяют анализировать влияние основных проектных параметров КА на ЭДУ, т.к. являются непосредственным выходом проектного анализа.

Система многоуровневого физико-технического проектирования КА в рамках единой электронной модели связывает:

- уровень внешнего проектирования с формированием рационального технического облика КА и построением трехмерной твердотельной модели конструктивно-компоновочной схемы;
- уровень внутреннего проектирования (создание трехмерной модели конструктивно-силовой схемы с учетом теплонапряженного состояния агрегатов и узлов КА).

Это означает, что в рамках единой электронной модели необходимо осуществить исследование энергобаллистической и массоэнергетической задачи, теплонапряженного состояния и динамики конструкции аппарата с переходом на массогабаритный анализ КА. На основании этого была разработана новая система многоуровневого проектирования в рамках единой электронной модели проектирования КА с ЭРДУ для транспортировки РАО в режиме «самодоставка».

# Статистическая обработка параметров ТВЭлов при оценке прочностных критериев реактора

Пискарева А.А., Сидняев Н.И.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

*E-mail: Sidnyaev @bmstu.ru*

В современных ядерных технологиях, актуальным является применение некоторого вероятностного метода при моделировании поведения топливных элементов при различных допустимых значениях исходных параметров. Предельные значения критериев приемки сами составлены с максимальной степенью надежностью. Поэтому критерии приемки могут быть так же представлены с помощью некоторых вероятностных функций. Представляется интересным рассмотреть выполнение критериев приемки на основе вероятностного подхода. Проведение самих расчетных обоснований должно проводиться на основе детерминистического подхода. Однако обосновать ту или иную степень достоверности используемого детерминистического подхода вероятностными методами вполне возможно. В данной работе вероятностный подход применялся для анализа поведения топливных элементов ВВЭР в стационарных и переходных (скачки мощности) режимах эксплуатации, а также при авариях с потерей теплоносителя и авариях со всплеском реактивности (АВР). Описанию методики и примерам использования вероятностного анализа поведения твэлов в различных режимах эксплуатации посвящена настоящая статья.

Результатом вероятностного подхода при моделировании поведения топливных элементов является не только указание границ возможных значений, которые могут принимать теплофизические, прочностные и деформационные характеристики топливных элементов при различных допустимых сочетаниях исходных параметров, но и указание вероятностей реализации этих значений [1]. Так, кроме самого факта выполнения или не выполнения какого-то критерия безопасности, может быть указана вероятность такого исхода. Предполагается, что вероятность какого-либо результата может быть получена после проведения расчетов при учете вероятностей реализации всевозможных сочетаний исходных параметров. Для точного определения искомой вероятности необходимо рассмотреть все возможные сочетания исходных параметров, задающих поведение топливных элементов в процессе эксплуатации, для которых заданы допуски, и учесть вероятности этих сочетаний. Однако заданные допуски исходных параметров определяют непрерывные области возможных значений и даже после выбора некоторых дискретных наборов возможных значений, увеличение количества рассматриваемых при расчетах исходных параметров или увеличение числа выбранных значений в геометрической прогрессии увеличивает общее число вариантов расчета, что существенно влияет на скорость или возможность

проведения таких расчетов. Поэтому в докладе помимо описания самой методики вероятностного подхода, приводится описание возможных способов, которые могут упростить проведение процедуры расчетов. При этом остальным исходным параметрам в процессе расчетов присваиваются известные значения. Кроме того, при проведении расчетов, рассматривается не все множество возможных вариантов историй тепловой нагрузки, имеющих для различных топливных элементов различных кассет в реакторе, а имеющиеся варианты разбиваются на группы по такому принципу, что при одинаковых исходных параметрах топливных элементов, исследуемые величины, получаемые в результате проведения расчетов, принимают близкие значения. При проведении расчетов, в которых рассматриваются различные сочетания исходных параметров топливных элементов, из полученных групп выбираются представители, а вероятности получаемых из расчетов результатов определяются с учетом количества вариантов историй тепловых нагрузок в составленных так группах.

### Список литературы

1. Сидняев Н.И. Модели и методы оценки остаточного ресурса изделий радиоэлектроники/ Сидняев Н.И., Садыхов Г.С., Савченко В.П. –Москва: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2015. –382с.

## Построение доверительных интервалов для выходной переменной в нечеткой регрессионной модели

Полещук О. М.

*МГТУ им. Н.Э.Баумана, Мытищинский филиал, Россия  
E-mail: poleshchuk@mgul.ac.ru*

Общая задача исследования зависимостей, осуществляемая в рамках классического регрессионного анализа, может быть сформулирована следующим образом: по результатам  $n$  измерений  $x_i, y_i, i = 1, n$  переменных  $X, Y$  построить такую функцию  $f(X)$ , которая бы наилучшим (в определенном смысле) образом восстанавливала значения переменной  $Y$  по значениям переменной  $X$ . Частным случаем этой общей задачи является задача построения линейной регрессионной модели

$$f(X) = aX + b.$$

Добавим к постановке задачи некоторые статистические условия и запишем линейное регрессионное уравнение в виде:

$$Y_i = aX_i + b + \varepsilon_i,$$

где  $X_i$  - неслучайная (детерминированная) величина,  $Y_i, \varepsilon_i$  - случайные величины,  $\varepsilon_i$  - ошибки регрессии.

Методы нечеткого регрессионного анализа, находясь в стадии активного развития, значительно расширили границы применения методов классического регрессионного анализа, а именно – позволили строить регрессионные зависимости на основе исходной информации, как количественного, так и качественного характера. Прогнозные выходные значения в этом случае представляются в виде нечетких чисел. Подобное представление объясняется тем, что реальная система всегда сложнее, чем любая ее модель, в которой невозможно совместить все входные показатели, от которых зависит выходной показатель.

Рассмотрим задачу построения линейной нечеткой регрессионной модели по результатам  $n$  измерений  $x_i, y_i, i=1, n$  переменных  $X, Y$  в следующем виде

$$Y = \tilde{a}X + \tilde{b},$$

где  $\tilde{a} \equiv (a, a_L, a_R)$ ,  $\tilde{b} \equiv (b, b_L, b_R)$  - неизвестные коэффициенты регрессионной модели, которые определяются в виде нормальных треугольных нечетких чисел.

Исходя из этого, с возможностью  $\mu_{\tilde{a}}(x) \geq 1 - \alpha$  доверительный интервал для выходной переменной можно определить следующим образом:

$$x(a - \alpha a_L) + b - \alpha b_L \leq y \leq x(a + \alpha a_R) + b + \alpha b_R \text{ при } x \geq 0,$$

$$x(a + \alpha a_R) + b - \alpha b_L \leq y \leq x(a - \alpha a_L) + b + \alpha b_R \text{ при } x < 0.$$

*Ключевые слова:* доверительный интервал, нечеткое число, регрессионная модель.

## **Особенности математической обработки данных исследования представителей этно-конфессиональной группы молодежи в России**

Васильева И. С.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия  
E-mail: Agapova72009@yandex.ru*

Охарактеризованы особенности критерий оценки молодежи с позиций соответствия социальной норме и особенности выбора партнера молодежью, которые детерминированы показателями интегрально-личностного характера; проанализированы этно - конфессиональные особенности восприятия, состояние и динамика отношения различных национальных групп молодежи к портрету идеального парня/девушки; выявлены ценностные установки, влияющие на формирование и становление взглядов и противоречий к противоположному полу у российской молодежи.

Исследована гендерная модель добрых отношений; уточнены категории, относящиеся к ее характеристике: гендерная асимметрия в отношениях, гендерное неравенство. Отношения между юношей и девушкой рассматриваются как гендерный феномен. «Гендерная асимметрия в

отношениях» – процесс приписывания различий, противопоставления мужского и женского, закрепления первичности мужского, своеобразный социальный порядок, в котором мужчины и женщины противопоставлены друг другу.

*Ключевые слова: портрет идеальной девушки, идеальный парень, исследуемые группы респондентов, по этническому признаку, элементы матрицы.*

## **Построение доверительных интервалов для выходной переменной в нечеткой регрессионной модели**

Полещук О. М.

*МГТУ им. Н.Э.Баумана, Мытищинский филиал, Россия  
E-mail: poleshchuk@mgul.ac.ru*

Общая задача исследования зависимостей, осуществляемая в рамках классического регрессионного анализа, может быть сформулирована следующим образом: по результатам  $n$  измерений  $x_i, y_i, i = 1, n$  переменных  $X, Y$  построить такую функцию  $f(X)$ , которая бы наилучшим (в определенном смысле) образом восстанавливала значения переменной  $Y$  по значениям переменной  $X$ . Частным случаем этой общей задачи является задача построения линейной регрессионной модели

$$f(X) = aX + b.$$

Добавим к постановке задачи некоторые статистические условия и запишем линейное регрессионное уравнение в виде:

$$Y_i = aX_i + b + \varepsilon_i,$$

где  $X_i$  - неслучайная (детерминированная) величина,  $Y_i, \varepsilon_i$  - случайные величины,  $\varepsilon_i$  - ошибки регрессии.

Методы нечеткого регрессионного анализа, находясь в стадии активного развития, значительно расширили границы применения методов классического регрессионного анализа, а именно – позволили строить регрессионные зависимости на основе исходной информации, как количественного, так и качественного характера. Прогнозные выходные значения в этом случае представляются в виде нечетких чисел. Подобное представление объясняется тем, что реальная система всегда сложнее, чем любая ее модель, в которой невозможно совместить все входные показатели, от которых зависит выходной показатель.

Рассмотрим задачу построения линейной нечеткой регрессионной модели по результатам  $n$  измерений  $x_i, y_i, i = 1, n$  переменных  $X, Y$  в следующем виде

$$Y = \tilde{a}X + \tilde{b},$$

где  $\tilde{a} \equiv (a, a_L, a_R)$ ,  $\tilde{b} \equiv (b, b_L, b_R)$  - неизвестные коэффициенты регрессионной модели, которые определяются в виде нормальных треугольных нечетких чисел.

Исходя из этого, с возможностью  $\mu_{\tilde{a}}(x) \geq 1 - \alpha$  доверительный интервал для выходной переменной можно определить следующим образом:

$$x(a - \alpha a_L) + b - \alpha b_L \leq y \leq x(a + \alpha a_R) + b + \alpha b_R \text{ при } x \geq 0,$$

$$x(a + \alpha a_R) + b - \alpha b_L \leq y \leq x(a - \alpha a_L) + b + \alpha b_R \text{ при } x < 0.$$

Ключевые слова – доверительный интервал, нечеткое число, регрессионная модель.

## Планирования эксперимента при элиминировании факторов регрессионной модели

Сидняев Н.И., Говор С.А.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*  
*E-mail: Sidnyaev@bmstu.ru*

Рассмотрены примеры при наличие неконтролируемого случайно изменяющегося фактора (или факторов), влияющего на значения параметров модели, а также предложены требования к параметрам модели в момент завершения или в определенный момент времени после завершения эксперимента. Рассмотрена задача, которая по существу является задачей фильтрации многомерного случайного процесса, когда наблюдаются не непосредственно составляющие этого процесса, а лишь их некоторая линейная комбинация. Показано, что теория фильтрации дает возможность найти оптимальные в определенном смысле способы вычисления оценок в предложенной задаче. Так, в случае, когда процесс изменения параметров модели является стационарным в широком смысле и определяется корреляционной функцией, наилучшие линейные оценки параметров (минимизирующие сумму квадратов дисперсий оценок) могут быть найдены с помощью предложенного алгоритма.

*Ключевые слова: случайность, дрейф, теория, планирование, регрессия, ошибка.*

## 9.2 Прикладная математика и механика

### Конечно-элементное моделирование упругих характеристик композитов

Зарубин В.С., Сергеева Е.С.,

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

*ОАО “Композит”, Москва, Россия*

*E-mail: fn2@bmstu.ru, sergeeva.e.s@outlook.com*

Представлены результаты математического моделирования упругих характеристик композиционного материала с изотропной матрицей, армированного шаровыми включениями. В качестве включений рассмотрены шаровые нанокластеры, состоящие из хаотично ориентированных однослойных углеродных нанотрубок (ОУНТ). Моделирование проведено несколькими способами: численно (с использованием программного комплекса ANSYS совместно с разработанным программным модулем) и с помощью аналитических методов (метода самосогласования и двойственной формулировки задачи упругости в неоднородном твердом теле). Численное моделирование было осуществлено на примере композита со схемой армирования, аналогично кубической кристаллической решетке, в котором выбраны два варианта периодической решетки: куб с восьмью частями шара в углах и куб с шаром в центре. Проведено сравнение результатов численного моделирования со значениями, полученными аналитическими методами. Представленные результаты позволяют прогнозировать упругие характеристики перспективных материалов – нанокомпозитов, армированных шаровыми включениями.

*Ключевые слова: композит, шаровые нанокластеры, численное моделирование, упругие характеристики, метод самосогласования.*

### Формирование температурного поля в прозрачном для излучения твердом теле, содержащем поглощающее включение

Аттетков А.В., Гайдаенко К.А.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

*E-mail: fn2@bmstu.ru, kseniya.gaydaenko@gmail.com*

Рассмотрена задача об определении температурного поля прозрачного для излучения твердого тела, содержащего поглощающее включение сферической формы. Разработана иерархия упрощенных аналогов базовой



математической модели процесса теплопереноса в анализируемой системе. С использованием интегрального преобразования Лапласа и стандартной техники вычисления интеграла Меллина в аналитически замкнутом виде найдены решения соответствующих задач нестационарной теплопроводности. Определены достаточные условия, при удовлетворении которых упрощенные аналоги базовой математической модели позволяют с заданной точностью идентифицировать температурное поле изучаемой системы.

*Ключевые слова: изотропное твердое тело, лазерное излучение, поглощающее сферическое включение, температурное поле, интегральное преобразование Лапласа.*

## **Сравнительный анализ некоторых прямых методов решения задач математической физики**

Ванько В.И., Косакян Н.К.

*МГТУ им. Баумана, Москва, Россия  
E-mail: vvanko@mail.ru, grandsero3@gmail.com*

В работе ставится задача о прогибах прямоугольной мембраны (жесткий неподвижный контурсосторонами  $0, x, a, 0, y, b$ ) постоянного натяжения, нагружаемая равномерно распределенным давлением. Задача решается прямыми методами: Ритца (Бубнова-Галеркина), наименьших квадратов и Канторовича. Эти решения сравниваются по нормам невязок.

Методом разделения переменных строится точное решение задачи (в рядах), с которым сравниваются упомянутые выше решения.

Выяснено, что решение методом Канторовича "поточечно" имеет наименьшее отклонение от точного решения.

*Ключевые слова: Мембрана под давлением, задача Дирихле, методы: Ритца, наименьших квадратов, Канторовича, разделения переменных; сравнительный анализ полученных решений.*

## **Математическое моделирование фазовых переходов в многокомпонентных растворах**

Гусев. А.О.,<sup>1</sup> Щерица О.В.,<sup>1,2</sup> Мажорова О.С.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> МГТУ имени Н.Э. Баумана, Москва, Россия

<sup>2</sup> Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия

В работе представлена самосогласованная модель кристаллизации трехкомпонентного раствора в цилиндрической ампуле. Модель учитывает движение фронта кристаллизации и диффузионный тепломассоперенос в твердой и жидкой фазах. Предложен метод решения термодиффузионной

задачи Стефана, основанный на совместном решении системы уравнений, описывающей процессы тепломассопереноса и движение фронта кристаллизации [1, 2]. Благодаря использованию неявной разностной схемы и совместному решению уравнений с помощью метода Ньютона, построенный метод обладает значительным запасом устойчивости и гарантирует получение надежных результатов для широкого класса фазовых диаграмм [1, 2]. Консервативные свойства алгоритма позволяют проводить численное моделирование режимов смены растворения ростом. Рассмотрено несколько температурных режимов выращивания кристаллов. Указаны способы влияния на размеры и состав выросшего кристалла.

### **Список литературы**

1. Мажорова О.С., Попов Ю.П., Щерица О.В. Консервативные разностные схемы для термо-диффузионной задачи Стефана // *Дифференциальные уравнения*. 2013. Т. 49, № 7. С. 897–905.
2. Щерица О.В., Гусев А.О., Мажорова О.С. Численное исследование процесса кристаллизации трехкомпонентного раствора в цилиндрической ампуле // *Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша*. 2016. №125. 31 с.

## **Задача Стефана со знаком скорости таяния льда, меняющимся во времени**

Линецкий Ф.Г.<sup>1</sup>, Овсянников Ф.Г.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> МГАВТ -Московский филиал ГУМРФ, Москва, Россия

<sup>2</sup> Ноябрьский филиал Тюменского Индустриального ун-та, Ноябрьск, Россия

E-mail: karkasson@yandex.ru, OvsyannikovVM@yandex.ru

Для развития в Арктических условиях технологии добычи, подготовки к транспорту и транспортирования нефти одной из базовых задач является расчет течения замерзающих жидкостей по трубопроводу. Возможность подогрева воды, направляемой в трубопровод, связана со значительными затратами энергии. При этом подогрев жидкости не спасает от появления в трубопроводе льда. Особенно трудным является пусковой режим, когда даже теплая вода, направляется в трубу, имеющую отрицательную температуру. За счет быстрого оттока тепла от пристеночных струек воды в стенку трубы у стенки образуется слой льда. Ледяная корка нарастает со временем и площадь живого сечения трубы уменьшается.

На границе лед – жидкость возникает задача Стефана теплообмена тела с подвижной границей. При пуске воды в трубу с холодной стенкой в первый период толщина корки льда нарастает со временем на ее внутренней поверхности. Дальнейшая судьба корки зависит от мощности перекачивающих жидкость насосов. При неограниченно большой мощности насосов по мере сужения поперечного живого сечения трубопровода, свободного ото льда, в

узком канале будет выделяться все большее количество тепла за счет трения. Нарастание толщины корки льда приостановится и затем она начнет таять. Если же мощность питания насоса окажется недостаточной, чтобы компенсировать потери тепла от перекачиваемой жидкости в окружающее пространство, то может произойти полное замерзание поперечного сечения.

*Ключевые слова: задача Стефана, оледенение стенок трубы, фазовый переход, теплопроводность, Арктика.*

## **Трехмерная газодинамическая модель аккреционного диска в полуразделенной двойной системе**

Лукин В.В.<sup>1,2</sup>, Галанин М.П.<sup>1,2</sup>, Чечеткин В.М.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

<sup>2</sup>*Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия*

*Email: vvlukin@gmail.com*

Рассмотрена математическая модель формирования аккреционного диска в затменной двойной звездной системе. Модель включает в себя систему уравнений трёхмерной газовой динамики для частично ионизованного невязкого газа с учетом гравитационного потенциала Роша и радиационного охлаждения вещества, записанную во вращающейся системе отсчета. Для численного исследования модели разработан параллельный программный комплекс, основанный на методе типа Годунова для тетраэдральных неструктурированных сеток и позволяющий строить синтетические кривые блеска по результатам газодинамического расчета. Исследован процесс формирования и эволюции аккреционного диска для параметров системы V1239 Her. Расчетные кривые блеска показывают хорошее соответствие с данными наблюдений.

*Ключевые слова: аккреционный диск, методы типа Годунова, частично ионизованный газ, параллельные вычисления.*

## **Моделирование компенсационной устойчивости на основе алгебраической формализации систем**

Сердюков В.И.<sup>1</sup>, Сердюкова Н.А.<sup>2</sup>, Шишкина С.И.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

<sup>2</sup>*РЭУ им. Г.В. Плеханова, Москва, Россия*

*E-mail: shish-bmstu@mail.ru*

Предложено решение задачи моделирования компенсационной устойчивости системы на основе алгебраической формализации общего понятия системы. Под компенсационной устойчивостью понимается

внутренняя структура связей системы, обеспечивающая взаимозаменяемость ее структурных ресурсов.

Постановка задачи - дать ответ на вопросы: о возможности взаимного замещения элементов системы, или факторов, определяющих её, для достижения цели системы. Что будет происходить с системой, если в некоторой группе факторов, произойдут изменения, например: перестанет функционировать какой либо из факторов; престанет работать обратная связь, нарушится свойство ассоциативности системы?

Актуальность поставленной задачи объясняется ее физическим смыслом и предлагаемой формой ее решения, то есть преимуществами использования моделирования на основе алгебраической формализации систем, которые заключаются в следующем: возможность использования готового и хорошо развитого языка теории алгебраических систем, возможности использования всего мощного аппарата теории групп; ключевым отличием моделирования на основе алгебраической формализации систем от классического подхода, используемого в теории систем, является то, что в основе алгебраической формализации лежит понятие фактора, определяющего систему, а не элемента системы. Это открывает широкие возможности при выборе модели алгебраических методов для изучения системы.

Алгебраическая формализация применяется к исследованию задач теории систем, и, в частности, разработан алгоритм исследования замкнутых ассоциативных систем с помощью теории групп; разработана методика моделирования системы с помощью конечной группы факторов, определяющих систему. Введено понятие динамического предиката, позволяющего характеризовать изучаемые свойства в едином целостном комплексе, как численных показателей, так и синхронизированных с ними связей, причем в динамике, если это динамические предикаты, и в статике, если это статические предикаты.

Следующим вопросом при изучении свойств системы и процесса ее функционирования является вопрос об определении того, что система перестает удовлетворять некоторому комплексу свойств. Для ответа на этот вопрос введено понятие частичной вероятностной меры на множестве одноместных предикатов, заданных на классе групп, и замкнутых относительно взятия подгрупп и факторгрупп. Рассмотрено понятие частичного биномиального распределения для реализации комплекса свойств системы в испытаниях. Именно с этих позиций в настоящей работе рассматривается вопрос о компенсационной устойчивости системы.

*Ключевые слова: система, алгебраическая формализация, устойчивость.*

## **Конвективный тепломассоперенос в термостате при кристаллизации фосфатов из растворов**

А.И. Федюшкин

*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия  
E-mail: fai@ipmnet.ru*

Проведено математическое моделирование массопереноса при выращивании кристаллов октакальций фосфата  $\text{Ca}_8\text{H}_2(\text{PO}_4)_6$  и гидроксиапатита  $\text{Ca}_{10}(\text{OH})_2(\text{PO}_4)_6$  во время смешивания водных растворов  $\text{CaCl}_2$  и  $\text{KH}_2\text{PO}_4 + \text{K}_2\text{HPO}_4$  в буферном растворе  $\text{KClc}$  учетом стехиометрического соотношения. Исследования проведены для условий невесомости, микрогравитации и нормальной гравитации,

В работе показано влияние гравитации на характер переноса компонент реакции при кристаллизации фосфата кальция в термостатированных условиях.

## **Качественный анализ общих свойств теоретических кривых, арсенала возможностей и индикаторов применимости линейной теории наследственности**

Хохлов А.В.

*НИИ механики МГУ, Москва, Россия  
E-mail: andrey-khokhlov@ya.ru*

Исследовано интегральное соотношение вязкоупругости Больцмана-Вольтерры с произвольными функциями релаксации и ползучести с целью уточнения его области применимости, арсенала возможностей по описанию изотермического поведения реономных материалов, способов идентификации и настройки. При минимальных ограничениях на функции релаксации и ползучести аналитически изучены уравнения семейств порождаемых им базовых квазистатических кривых (кривых релаксации и ползучести с произвольной начальной стадией деформирования, ползучести при ступенчатых нагружениях, длительной прочности, диаграмм деформирования при постоянных скоростях деформации или нагружения, при циклическом нагружении и т.п.). Исследованы общие свойства этих кривых в зависимости от характеристик функции ползучести и релаксации и параметров программ нагружения: интервалы монотонности и выпуклости, скачки и изломы, асимптотики и двусторонние оценки теоретических кривых, характер сходимости их семейств при стремлении параметров программ нагружения (скорости деформирования или нагружения, длительности начальной стадии

нагрузки и др.) к нулю и бесконечности, условия затухания памяти, влияние перестановки ступеней нагрузки на асимптотику и остаточную деформацию т.п.

В результате сопоставления обнаруженных свойств теоретических кривых с типичными качественными свойствами экспериментальных кривых вязко-упруго-пластичных материалов (с целевым списком механических эффектов) выведены необходимые дополнительные ограничения на функции релаксации и ползучести, обеспечивающие адекватное описание типичных экспериментальных кривых и основных реологических эффектов, выявлены теоретико-экспериментальные индикаторы применимости линейной теории и те эффекты, которые линейная теория принципиально не может описать ни при каких функциях ползучести и релаксации. В частности, доказано, что линейная теория вязкоупругости не способна описывать поведение материалов, экспериментальная кривая ползучести которых включает стадию ускоряющейся ползучести, материалов с выпуклой вниз или имеющей точку перегиба диаграммой деформирования, материалов с отрицательной скоростной чувствительностью, с зависимостью остаточной деформации от перестановки ступеней нагрузки и т.д.

Подобный качественный анализ теоретических кривых – важная стадия аттестации любого определяющего соотношения для реономных материалов, необходимая стадия разработки способов его идентификации, верификации, настройки и численной реализации, создания своеобразного технического паспорта-руководства модели.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 17-08-01146\_a)

Ключевые слова: вязкоупругопластичность; кривые деформирования, релаксации, ползучести, длительной прочности; затухание памяти; индикаторы (не)применимости.

## **О неполноте уравнений Навье-Стокса**

Выскребцов В.Г.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

Излагается метод получения точного решения уравнений Навье-Стокса (уравнений, описывающих движение вязкой сплошной среды) [1,2,3,4]. Метод состоит в исследовании свойств ортогональных пространственных сетей, у которых одно из семейств являются линии тока в соответствии с методами дифференциальной геометрии [2,6]. Уравнения движения жидкой частицы в такой локальной системе координат записываются с использованием значений производных скорости от длины линии тока и перпендикулярной к линиям тока сети линий а также значений радиусов кривизны линий тока.

При таком подходе решение уравнений движения жидкой частицы распадается на задачу анализа свойств указанных ортогональных

пространственных сетей, т.е. на чисто геометрическую задачу [7]. При этом оказывается, что класс сетей, у которых одно из семейств линий могут служить линиями тока ограничивается двумерными сетями, а для пространственных сетей – осесимметричными сетями [6]. На основании указанного делается вывод о том, что уравнения Навье-Стокса могут описывать лишь плоские и осесимметричные движения среды.

Именно это обстоятельство позволило установить в опыте факт действия боковой силы на равномерно движущуюся сферу [11]. И, кроме того, позволило найти точное решение уравнений Навье-Стокса для автомодельных и осесимметричных течений жидкости [12, 13].

Можно также отметить, что изложенный принцип применения методов дифференциальной геометрии для исследования пространственных ортогональных сетей применим как в случае неустановившихся течений вязкой среды, так и в случае сжимаемой сплошной среды. Таким образом изложенное показывает, что решение уравнений движения сплошной вязкой среды Навье-Стокса сводится по существу к геометрической задаче анализа свойств пространственных сетей ортогональных линий, но количество таких сетей оказывается ограниченным множеством осесимметричных сетей.

### Список литературы

1. Л.Г. Лойцянский. Механика жидкости и газа. Издание четвертое. М, «Наука», 1973.
2. Э.Г. Палагин, И.А.Славин. Основы гидромеханики. Учебное пособие для метеорологов. «Ленинградский гидрометеорологический институт», Л, 1974.
3. Н.З. Френкель. Гидравлика. Учебник для вузов. «Госэнергоиздат», М-Л, 1956 г.
4. Р.Фейнман, Р.Лейтон, Н.Сэндс. «Фейнмановские лекции по физике», т.7, Физика сплошных сред, Изд –во Мир, М, 1966.
5. А.В. Погорелов. Линейная алгебра и дифференциальная геометрия. М, «Наука», 1979.
6. В.Г. Выскребцов. Гидромеханика в новом изложении, "Спутник +", М, 2001.
7. Su T.C. Obtaining the exact solutions of the Navie – Stokes equations. International journal of non-linear mechanics. Vol 20, N1, G. Britain, 1985, pp. 9 – 193.
8. Н.Е. Жуковский, «Гидродинамика», собрание сочинений, Магистерская диссертация, том №2, М.-Л., Гос. изд. технико-теоретической литературы, 1949.
9. Л.М. Милн-Томсон. Теоретическая гидромеханика. М, 1973.
10. А. Ляв. Математическая теория упругости, М-Л, 1933.
11. В.Г.Выскребцов. Наблюдение новых явлений в картине течений вязкой жидкости. Известия МГТУ «МАМИ», М, №1(11), 2011.
12. В.Г. Выскребцов. Новые точные решения уравнений Навье-Стокса для осесим-метричных автомодельных течений жидкости. «Математические

методы и физико-математические поля», Львов, Изд-во Национальной АН Украины, Том 41, №3, 1998.

13. В.Г. Вискребцов. Установившееся течение вязкой жидкости при входе в трубу. Известия МГТУ «МАМИ», серия 3. Естественные науки. Москва, №1 (15), т. 3, 2013.

## 9.3 Техническая физика

### Задача о колебаниях плазмы с конечной температурой

Гордеева Н.М.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия  
e-mail: nmgordeeva@bmstu.ru*

Анализируется решение граничной задачи об отклике плазмы на внешнее электрическое поле. Речь идет о колебаниях электронной плазмы с конечной температурой, с произвольной степенью вырождения электронного газа в слое проводящей среды. Для построения математической модели применяются кинетическое уравнение Власова-Больцмана с интегралом столкновений типа Бхатнагара-Гросса-Крука и уравнение Максвелла для электрического поля. Рассматриваются зеркальные граничные условия отражения электронов от границы слоя. Рассматривается одномерный случай, применяется метод последовательных приближений, линеаризация уравнений относительно абсолютного распределения электронов Ферми-Дирака и закон сохранения числа частиц.

Путем разделения переменных система уравнений исходной задачи сводится к характеристической системе уравнений. В пространстве обобщенных функций находятся собственные решения исходной системы, отвечающие непрерывному спектру (мода Ван Кампена). Далее путем решения дисперсионного уравнения находятся собственные решения, отвечающие присоединенному и дискретному спектрам (моды Друде и Дебая).

Общее решение граничной задачи представлено в виде разложения по собственным решениям. Коэффициенты разложения находятся из граничных условий. Это позволяет в явном виде получить разложение функций распределения и электрического поля.

Существование моды Дебая зависит от соотношения величин частоты внешнего поля и частоты столкновений плазмы. Определение области существования решения, соответствующего моде Дебая зависит от наличия комплексного корня дисперсионной функции, для чего используется принцип аргумента.

Представляет особый интерес исследование поглощения энергии электрического поля в слое. Построены зависимости поглощения от частоты внешнего поля и рассмотрены случаи при разной толщине слоя.



Работа является продолжением исследований в этой области, начатой другими авторами, которыми были получены результаты об отклике плазмы в полупространстве и вырожденной плазмы в слое. В перспективе интересно рассмотреть вопросы существования моды Дебая более подробно.

*Ключевые слова: характеристическая система, собственные функции, моды Друде, Дебая, Ван Кампена, разложение по собственным функциям, поглощение энергии.*

## **Математическое моделирование фазовых переходов в многокомпонентных растворах**

Гусев. А.О.,<sup>1</sup> Щерица О.В.,<sup>1,2</sup> Мажорова О.С.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> МГТУ имени Н.Э. Баумана, Москва, Россия

<sup>2</sup> Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия

В работе представлена самосогласованная модель кристаллизации трехкомпонентного раствора в цилиндрической ампуле. Модель учитывает движение фронта кристаллизации и диффузионный тепломассоперенос в твердой и жидкой фазах. Предложен метод решения термодиффузионной задачи Стефана, основанный на совместном решении системы уравнений, описывающей процессы тепломассопереноса и движение фронта кристаллизации [1, 2]. Благодаря использованию неявной разностной схемы и совместному решению уравнений с помощью метода Ньютона, построенный метод обладает значительным запасом устойчивости и гарантирует получение надежных результатов для широкого класса фазовых диаграмм [1, 2]. Консервативные свойства алгоритма позволяют проводить численное моделирование режимов смены растворения ростом. Рассмотрено несколько температурных режимов выращивания кристаллов. Указаны способы влияния на размеры и состав выросшего кристалла.

### **Список литературы**

1. Мажорова О.С., Попов Ю.П., Щерица О.В. Консервативные разностные схемы для термо-диффузионной задачи Стефана // *Дифференциальные уравнения*. 2013. Т. 49, № 7. С. 897–905.
2. Щерица О.В., Гусев А.О., Мажорова О.С. Численное исследование процесса кристаллизации трехкомпонентного раствора в цилиндрической ампуле // *Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша*. 2016. №125. 31 с.

# О решении краевых задач теории упругости со смешанными граничными условиями

Меньшова И.В.

*Институт теории прогноза землетрясений и математической геофизики РАН (ИТПЗ РАН),  
Москва, Россия  
МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия  
E-mail: menshovairina@yandex.ru*

Рассматривается краевая задача теории упругости для бесконечной горизонтальной полосы, у которой имеются две точки смены типа граничных условий, расположенные на верхней и нижней сторонах полосы и лежащие на вертикальной прямой. Дается точное решение задачи.

Краевые задачи теории упругости со смешанными граничными условиями относятся к числу наиболее сложных. Это касается не только точных решений, но также приближенных и численных методов решения таких задач. В некоторых случаях точные решения удастся получить с помощью метода Винера-Хопфа [В.Нobl. Methods based on the Wiener-Hopf Technique. London. 1958. 255.]. В работе рассматривается краевая задача о стыке двух прямоугольных полуполос с различными граничными условиями на их длинных сторонах. Например, длинные стороны левой полуполосы могут быть жестко заземлены, а справа они свободны или имеют ребра жесткости. На стыке полуполос могут быть заданы, в частности, разрывы перемещений. В общем случае решение будет описываться рядами по функциям Фадля-Папковича, коэффициенты которых имеют замкнутую форму. В работе разбирается самый простой случай, когда решения справа и слева представляются рядами тригонометрических функций с различными собственными числами. Проблема построения решения краевой задачи заключается в том, что на стыке полуполос будут участвовать две базисные системы функций, объединение которых не минимально. Поэтому нельзя построить биортогональную к этому объединению систему функций и, значит, невозможно точно найти коэффициенты разложений. Основная идея применяемого метода решения краевых задач со смешанными граничными условиями заключается в минимизации систем функций на стыке полуполос, для которых строятся две вспомогательные функции, которые впервые были введены в статье [Коваленко М. Д., Шибилин С. Е. Стык двух полуполос // Известия РАН. Механика твердого тела. 1997. № 1. С. 56-63]. Их вид зависит от типа граничных условий на длинных сторонах полуполос. Суть метода вначале подробно обсуждается на примере смешанной краевой задачи для гармонического уравнения.

*Ключевые слова: точные решения, смешанные краевые задачи, стык двух полуполос.*

# **Гравитационный датчик угла наклона подвижной или неподвижной поверхности в двух вертикальных взаимно перпендикулярных плоскостях относительно горизонта Земли или других планет Вселенной**

Лукин А. К.<sup>1</sup>, Лукин К. Б.<sup>2</sup>, Подгузов Г.В.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> ООО ЕВРАКОМ, Московская область, Россия

<sup>2</sup> МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

E-mail: lkb1942@mail.ru, l.a.konstruktor@mail.ru

Подвижный чувствительный элемент в зависимости от угла наклона датчиков относительно направления вектора силы гравитации располагается в положении его минимума потенциальной энергии, например, шарик или газовый пузырь на наклоняемых соответственно поверхности или сосуда.

Эти датчики просты в эксплуатации и изготовлении, но они применимы в условиях, когда отсутствуют динамические перегрузки, вибрации, что является следствием подвижности чувствительного элемента в корпусе датчика угла наклона.

В статье приводится расчётная схема с выводом выражений, связывающих контролируемые параметры с углами наклона подвижной или неподвижной поверхности в двух вертикальных взаимно перпендикулярных плоскостях в диапазоне от  $0^\circ$  до  $\pm 90^\circ$  относительно горизонта Земли или других планет Вселенной с расположением на ней квазинеподвижного чувствительного элемента, т.е. имеющего малые перемещения относительно конструкций датчика.

Доклад иллюстрируется видеороликом применения опытного образца датчика при измерениях угла наклона в диапазоне от  $0^\circ$  до  $\pm 90^\circ$  в нормальных условиях неподвижной поверхности, движущейся равномерно, прямолинейно и колеблющейся с частотой 1-5 Гц.

Результаты измерений сравниваются с расчётными, обсуждаются погрешности и эксплуатационные возможности данного датчика.

*Ключевые слова: датчик угла наклона, гравитационные способы контроля, эластичные элементы большой жёсткости, равновесие шара, цилиндра или диска на поверхности качения.*

# **Инварианты в специальной теории относительности.**

Гладков Н.А.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

*E-mail: n.a.gladkov@yandex.ru*

В специальной теории относительности (СТО) широко используются формула, связывающая массу покоя тела  $m_0$  и его релятивистскую массу  $m$  (массу движения или просто массу) в единую зависимость. В данной работе эта зависимость выводится, основываясь на постулате Эйнштейна, что все физические процессы в разных инерциальных системах отсчета (ИСО) происходят в точности также как и в покоящейся системе. Рассматривая в качестве простого и наглядного примера вытекание воды из бака в разных ИСО, эта зависимость определяется с помощью несложных преобразований, исходя из условия, что процессы массового расхода воды в разных ИСО должны быть равными. Далее, поскольку массовый расход воды – это процесс изменения массы тела во времени, то устанавливаются аналогичные зависимости для изменяемых во времени других физических величин, находящихся в разных ИСО. Впоследствии доказывается инвариантность ряда физических величин: удельного электрического заряда, в частности удельного электрического заряда элементарных заряженных частиц, теплоемкости тела, электроемкости проводника и конденсатора. Из условия инвариантности удельного заряда заряженных частиц следует, что релятивистская масса фотона должна быть равна нулю. В заключении необходимо подчеркнуть, что полученные в работе результаты справедливы только для ИСО.

*Ключевые слова: специальная теория относительности, инварианты.*

## **Дифференциальные потоки энергии в твердом теле**

Керими М. Б.

*Центр технологий АН Туркменистана, Туркменистан*

*E-mail: mb8krmi@gmail.com*

В повседневной практике распространение потоков энергии в больших и малых объектах из твердотельных материалов играет большую роль. Попытки корректного описания переноса энергии в среде и у ее границ неоднократно предпринимались ранее, (см. например, [1]).

В кристаллических структурах с плоскопараллельным строением распространение потоков энергии не обременено многими факторами, влияющими на процессы детального микроскопического транспорта энергии. В этом случае перенос энергии осуществляется дифференциальными потоками

носителей заряда, фононов, фотонов и других квазичастиц, которые зависят от одной координаты. Распространение указанных потоков происходит по специфичным законам, обусловленным соответствующими адекватными уравнениями и граничными условиями с учетом взаимодействия потоков в толще слоя и на его границах как результата их рассеяния [2]. При рассеянии каждого потока могут появиться потоки квазичастиц не только данного же вида (с другими величинами аргументов), но и другие потоки. Взаимодействие дифференциальных потоков на границах слоя обычно отличается от «объемного» в силу различного их строения и состояния, да и в толще плоскопараллельного слоя оно может зависеть от координаты. Очевидно перечень учитываемых потоков квазичастиц разных видов следует рационально ограничить в соответствии с их значимостью в рассматриваемых условиях. При этом не следует забывать, что «значимость» потока необходимо определять не только в толще, но и на границах слоя. Закономерности распространения дифференциальных потоков носителей заряда в приближении времени релаксации в плоскопараллельном слое твердотельной структуры с корректным учетом рассеяния потоков носителей на границах слоя были изучены в [3]. Отмечено, что особенности распространения потоков проявляются наиболее сильно в тонком слое. В частности, потоки носителей заряда, как и потоки фотонов, нелинейно зависят от вероятностей их рассеяния на границах слоя. Закономерности распространения дифференциальных потоков фотонов с учетом их рассеяния на границах слоя в твердотельной структуре были ранее изучены в [4]. Способы описания распространения потоков фононов в твердом теле рассмотрены в общем виде в [5]. Эти закономерности позволяют определить микроскопический перенос энергии дифференциальными потоками носителей заряда, фотонов или фононов по отдельности, без их «межвидового» взаимодействия.

Адекватные граничные условия совместного распространения указанных дифференциальных потоков на границах слоя [2] позволяют корректно описать их распространение «туда и обратно» через каждую из границ, что влияет на распространение потоков и в толще слоя. Однако адекватное описание и исследование совместного распространения дифференциальных потоков носителей заряда, фотонов и фононов с «взаимодействием» в толще слоя пока еще является актуальной проблемой физики твердого тела.

Корректное решение рассмотренной проблемы в случае плоскопараллельного слоя позволит найти адекватные закономерности распределения и распространения интегральных потоков энергии при учете различного характера рассеяния дифференциальных потоков разного вида в толще и на границах твердотельного слоя.

### **Список литературы**

1. *Босворт Р.* Процессы теплового переноса. М.: «ГИТТЛ», 1957, с.29
2. *Керими М.Б.* Физические основы приборостроения, 2015, т.4, № 3, с. 46-57

3. *Kerimi M.B.* The coll. of Sci.Papers, Ron Bee & Associates, New York 2015, pp.68-76, DOI: 10.17809/06(2015)-09
4. *Керими М.Б.* «Оптические и фотоэлектрические явления в полупроводниковых микро- и наноструктурах». Труды II международной конференции. Узбекистан, Фергана, 2011, с. 218-221
5. *Рейсленд Дж.* Физика фононов. М.:«Мир», 1975, 366 с.

## **Прогнозирование физических свойств сверхтяжелых нуклидов**

Окунев В. С.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия  
E-mail: okunevvs@bmstu.ru*

Одной из фундаментальных задач современной ядерной физики является определение возможности существования второго острова стабильности сверхтяжелых ядер. Задача тесно связана с определением верхней границы масс атомных ядер. Ее решение возможно на основе прогнозирования свойств неизвестных нуклидов. В 1966 г. учеными (В. Майерс, В. Святецкий, В.М. Струтинский и др.) была высказана гипотеза о возможном повышении стабильности ядер с магическим числом протонов  $Z = 114$  и  $126$  и нейтронов  $N = 184$ . Контуры первого острова ( $Z = 114, N = 184$ ) со стороны нейтронно-дефицитных ядер уже известны: в лабораториях мира получены такие ядра.

Методы исследования. Как правило, предсказание свойств (периода полураспада  $T_{1/2}$  и др.) еще не открытых атомных ядер основано на адаптации моделей ядра в область неизвестных нуклидов. Однако экстраполяция моделей в область сверхтяжелых ядер трудоемка и может оказаться непропорциональной. Поэтому автор использует подход, основанный на анализе периодичности изменения свойств известных атомных ядер, и экстраполяции известных полуэмпирических соотношений в область неизвестных ядер. Линейная экстраполяция зависимости  $T_{1/2}(N)$  или  $T_{1/2}(Z)$  при использовании логарифмической шкалы для  $T_{1/2}$  оказалась наиболее предпочтительной с точки зрения эффективности предсказаний свойств сильно деформированных ядер. Эффективность анализа больших объемов информации определяется выбором способа представления данных. Простые соображения, основанные на известных фактах и существующей обширной базе ядерных данных, позволяют сделать новые интересные выводы. Вводятся в рассмотрение «треугольники стабильности» ядер в координатах  $Z-N$  (см. Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана, сер. Ест. науки. №4. 2012. С. 13-32). Закономерности изменения свойств нуклидов одинаковы для всех треугольников стабильности и носят периодический характер. Можно выделить треугольники, содержащие еще не открытые нуклиды, и прогнозировать свойства этих нуклидов. Сравнительный

анализ физических свойств атомных ядер, проведенный с помощью треугольников стабильности, и простейшая экстраполяция позволяют качественно оценить периоды полураспада пока еще не известных сверхтяжелых нуклидов. Это очень грубые оценки, поскольку разные треугольники стабильности содержат неодинаковое число атомных ядер.

Результаты. Роль полностью заполненных оболочек в стабилизации ядер преувеличена. Она заметна лишь вблизи оптимального  $N/Z$ , определяющего равновесие ядерных, электромагнитных и слабых сил:  $N/Z = 0,98 + 0,015 A^{2/3}$  (где  $A = N + Z$ ). Ядро  $^{298}\text{Fl}$  ( $Z = 114, N = 184$ ) может оказаться относительно долгоживущим не только вследствие заполненности ядерных оболочек, но и оптимального  $N/Z$ . Дважды магическое ядро 126-го элемента ( $Z = 126, N = 184$ ) расположено вблизи протонной границы стабильности. Оно может оказаться несуществующим. При  $Z = 126$  и  $N = 216$  отношение  $N/Z \rightarrow \text{opt}$ , что делает такое ядро ( $^{342}126$ ) претендентом на центр «отмели» (второго острова стабильности). Она содержит относительно долгоживущие четно-четные ядра с  $Z = 128$  и  $130$ , а также с  $Z = 127$ , четным  $N$  и близким к оптимальному  $N/Z$ .

Период полураспада  $^{298}\text{Fl}$  ( $\alpha$ -распад) можно оценить в  $T_{1/2} \sim 10^7 \dots 10^8$  лет. Это сильно заниженная оценка (следует ожидать  $T_{1/2} \gg 10^7 \dots 10^8$  лет), в тоже время хорошо согласующаяся с данными ОИЯИ. Ядро  $^{342}126$  должно быть относительно долгоживущим, но со значительно меньшим (более чем на 10 порядков) периодом полураспада, чем у  $^{298}\text{Fl}$ . Для  $^{342}126$  грубая оценка дает  $T_{1/2} \sim 10^6 \dots 10^7$  с. Между  $^{298}\text{Fl}$  и  $^{342}126$  должна располагаться отмель относительно долгоживущих сильно деформированных нуклидов с центром  $Z \approx 120$  и  $N/Z \rightarrow \text{opt}$ . Все острова и отмели вытянуты в сторону большего  $N$ . Возможно, что это самые тяжелые нуклиды из относительно долгоживущих.

## Секция 10

# ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В УПРАВЛЕНИИ МЕХАНИЧЕСКИМИ И БИОТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

## Создание системы автоматического контроля вкуса кондитерских масс в потоке с применением аппарата искусственных нейронных сетей.

Благовещенский И.Г. , Балыхин М.Г.

*Московский государственный университет пищевых производств, Москва, Россия  
E-mail: igblagov@gmail.com, rektor@mgupp.ru*

Среди многих отраслей пищевой промышленности важнейшее место принадлежит кондитерской. Кондитерские изделия необычайно сложны по своему составу и обладают комплексом различных свойств, которые

составляют в совокупности качество продукции, оцениваемое в настоящее время по органолептическим показателям. Первое, на что обращает внимание потребитель – это вкус, форма и цвет изделия. Одно из основных направлений развития кондитерской промышленности это автоматизация контроля органолептических показателей качества. Успешное решение этой задачи при минимальных затратах на подготовку и проведение анализов становится возможным, благодаря внедрению в производственный процесс разработанного нами автоматизированного программно-аппаратного комплекса контроля вкусовых показателей шоколадных конфет, в основе алгоритма работы которого заложена нейросетевая модель (НСМ). Функционирование НСМ базируется на применении аппарата искусственных нейронных сетей, который является одним из направлений развития теории искусственного интеллекта. Модель НС состоит из одного или нескольких слоев искусственных нейронов, которые имитируют работу своих биологических аналогов (нервных клеток). Реализация программно- аппаратного комплекса позволит автоматически контролировать вкус выпускаемой кондитерской продукции на приемлемость. Использование системы автоматизированного контроля вкуса уменьшит влияние человеческого фактора на объективность анализа, а также сократит производственный цикл выпуска шоколадных изделий, исключив стадию органолептической оценки вкуса.

*Ключевые слова: автоматизация, контроль вкуса, кондитерская продукция, видеоконтроль, искусственная нейросетевая сеть, программно-аппаратный комплекс.*

## **Автоматизация процесса формования корпусов помадных конфет на основе математического и алгоритмического обеспечения с использованием системы компьютерного зрения**

Благовещенский И.Г.<sup>1</sup>, Борзов А.Б.<sup>2</sup>, Благовещенский В.Г.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

<sup>2</sup>Московский государственный университет пищевых производств, Москва, Россия

E-mail: igblagov@gmail.com, borzov@rambler.ru, bvg1996@mail.ru

Важной областью применения систем компьютерного зрения (СКЗ) является автоматический контроль выпускаемой продукции. Широкое использование цифровой видеосъемки в системах автоматического регулирования технологических процессов (САР ТП) пищевых производств сдерживается по нескольким причинам: отсутствие алгоритмов обработки цифровых видеок кадров с целью выделения информации, на основании которой можно принять решение о необходимости корректировки режима технологического процесса; отсутствие прикладных научных исследований по определению связи визуальных характеристик (форма, цвет, текстура)



пищевого материала, с его физико-химическими и технологическими свойствами и другие. Для достижения поставленной цели были решены следующие задачи: разработан общий подход к контролю процесса формирования пищевых масс с помощью СКЗ; разработана методика автоматического контроля процесса формирования пищевых масс с применением СКЗ; получена параметрическая модель процесса формирования конфетных жгутов с учетом визуальных параметров; разработан алгоритм получения первичной информации из исходного цветного изображения видеокadra; предложены новые технические решения для реализации метода и автоматизированной системы контроля и регулирования процессов формирования конфетных масс.

*Ключевые слова:* автоматизация, помадные конфеты, система компьютерного зрения, процесс формирования, цифровые видеокамеры.

## **Создание системы автоматического контроля показателей качества конфетных масс в потоке с использованием аппарата искусственных нейронных сетей (ИНС)**

Благовещенский И.Г.<sup>1</sup>, Борзов А.Б.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

<sup>2</sup>*Московский государственный университет пищевых производств, Москва, Россия*  
*E-mail: igblagov@gmail.com, borzov@rambler.ru*

Одним из перспективных направлений развития автоматизации процессов производства пищевой продукции является применение аппарата искусственных нейронных сетей (ИНС), являющегося важным разделом теории искусственного интеллекта. ИНС способны решать широкий круг задач распознавания образов, идентификации, прогнозирования, оптимизации управления сложными объектами. Анализ опубликованных научных работ в области ИНС свидетельствует о малочисленных исследованиях по этой тематике в отраслях пищевой промышленности и необходимости развития этого направления. Успешное решение задачи автоматического контроля показателей качества конфетных масс может быть обеспечено благодаря внедрению в производственный процесс программно-аппаратного комплекса (ПАК) виртуального датчика, построенного на основе искусственной нейронной сети (ИНС).

Построение виртуального датчика контроля в потоке показателей качества помадных конфет с использованием интеллектуальных технологий и современных математических методов позволяет оптимизировать управление технологическими режимами линии производства кондитерских изделий, непрерывно получать данные о качестве производимой кондитерской продукции в течение всего технологического процесса в режиме реального времени, снизить потери рабочего времени, сырья и энергии, повысить

качество готовой продукции. Решение этой проблемы позволит построить систему регулирования и управления технологическими процессами кондитерских производств.

*Ключевые слова: виртуальный датчик, искусственные нейронные сети, контроль показателей качества, производство кондитерских изделий.*

## **Автоматизация контроля в потоке качества сырья, полуфабрикатов и готовой продукции пищевой промышленности с использованием системы компьютерного зрения**

Благовещенский И.Г.<sup>1</sup>, Борзов А.Б.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

<sup>2</sup>*Московский государственный университет пищевых производств, Москва, Россия*  
*E-mail: igblagov@gmail.com, borzov@rambler.ru*

В настоящее время пищевые предприятия являются сложными технологически ёмкими производствами. Процесс получения пищевых изделий состоит из множества отдельных этапов, в которых участвуют разные виды оборудования. Применение в единой технологической цепочке большого количества оригинального технологического оборудования, имеющего персональные входные характеристики сырья и выходные готовой продукции, усложняют процедуру автоматизации контроля параметров, характеризующих эффективность производства, работы оборудования, а также качества получаемой готовой продукции. Назрела необходимость повышении объективности контроля качества производимых пищевых продуктов за счет внедрения высокоэффективных интеллектуальных технологий в производственных процессах и создания на их базе специальных аппаратно-программных измерительных комплексов с использованием систем компьютерного зрения (СКЗ). Важной задачей СКЗ при этом является получение цифрового изображения, обработка изображения с целью выделения значимой информации на изображении и математический анализ полученных данных для решения поставленных задач. В статье представлен принцип функционирования СКЗ при определении качества пищевой продукции.

*Ключевые слова: автоматизация контроля качества, пищевые продукты, системы компьютерного зрения.*

# **Построение механических моделей развития микроорганизмов в мясе и мясных продуктах в зависимости от условий и продолжительности хранения**

Бородин А.В.

*Московская государственная академия ветеринарной медицины и биотехнологии  
им. К.И. Скрябина, Москва, Россия  
E-mail: av.borodin.45@mail.ru*

В настоящее время постоянно увеличивается спрос на охлажденное мясо и мясные продукты, изготовленные из него, в том числе на полуфабрикаты, а также готовые к употреблению изделия. Такая продукция является обычно скоропортящейся, поэтому в процессе ее изготовления, хранения, транспортирования и реализации необходимо создавать соответствующие условия по предотвращению проникновения в нее и развития микроорганизмов, являющихся одним из основных факторов порчи и опасности для здоровья потребителей. В мясе и мясных продуктах, особенно в полуфабрикатах, может содержаться различная микрофлора. Ее проникновение в мясо обычно происходит в процессе транспортирования и предубойного содержания животных под влиянием стрессовых воздействий на организм, но особенно это отмечается в процессе их переработки, при холодильной обработке мясного сырья, а также при изготовлении и хранении мясных продуктов.

Особо значимым неблагоприятным фактором является температура хранения мясной продукции. Даже при выполнении установленных режимов часть микроорганизмов может развиваться, а при их нарушении процессы развития микрофлоры резко усиливаются. Однако на практике по различным причинам температурные условия хранения мяса и полуфабрикатов нередко нарушаются, что приводит к сокращению сроков годности и даже появлению признаков их порчи. Именно поэтому, особый интерес представляют данные по изменению микробиологического статуса мясной продукции в зависимости от изменяющейся температуры и сроков хранения. В связи с этим чрезвычайно актуальным является проблема построения прогнозных моделей развития микрофлоры, позволяющих определять предельные сроки хранения мясопродуктов при различных температурных условиях.

*Ключевые слова: микрофлора, условия хранения, прогнозные модели, развитие микроорганизмов.*

# **Применение методов объектно-ориентированного программирования в решении задач контроля органолептических показателей качества гранулированных пищевых продуктов.**

Петряков А.Н.<sup>1</sup>, Благовещенская М.М.<sup>1</sup>, Савостин С.Д.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный университет пищевых производств, Москва, Россия

<sup>2</sup>ОАО «Мельничный комбинат в Сокольниках», Москва, Россия

E-mail: a.petr2@yandex.ru, mmb@mgupp.ru, savostins@yandex.ru

За последние годы в России все больше увеличиваются объемы производства гранулированных пищевых продуктов, таких как сухие завтраки, кукурузные палочки, отруби. Так же повышается объем производств комбикормов для животных, в том числе гранулированных комбикормов. Гранулированные пищевые продукты более удобны в транспортировке и хранении, по сравнению с рассыпными пищевыми продуктами. На данном этапе некоторые промышленные предприятия по производству гранулированных комбикормов для проверки качества выходящей продукции используют не только лабораторный анализ, но и технологов на производственной линии. Лабораторный анализ, как правило, проводится раз в сутки, поэтому при нарушении технологических процессов производства объем суточной продукции может быть бракованным, прежде чем это выявит лабораторный анализ.

В свою очередь использование специального персонала на технологической линии позволяет проводить оценку только органолептических показателей качества, на которую очень влияет человеческий фактор - усталость человека, потеря концентрации, нарушение восприятия цветов и другие. В связи с этим чрезвычайно актуальным является проблема автоматизированной оценке органолептических показателей качества гранул при помощи системы компьютерного зрения, позволяющая автоматизировано и более качественно, чем специальный персонал, определять органолептические показатели качества выходящего продукта.

*Ключевые слова: автоматизация, системы компьютерного зрения, контроль качества, объектно-ориентированное программирование.*

## **Использование интеллектуальных технологий для автоматизации контроля в потоке параметров качества хлебобулочных продуктов**

Петров А.Ю. , Благовещенская М.М.

*Московский государственный университет пищевых производств, Москва, Россия  
E-mail: sanpetrov@mgupp.ru, mmb@mgupp.ru*

Контролирование отдельно взятых участков производства — это простейший и выгодный путь к улучшению качества продукции. А с применением системы компьютерного зрения этот процесс можно алгоритмизировать, исключить из него человеческий фактор, а впоследствии внедрить в другие сектора промышленности. Настройка освещения, создание компьютерной модели процесса приготовления продукта, подборка технического оснащения для заданных условий - все это основа для создания идеально работающей системы зрения необходимой для правильного функционирования производства. Подобные системы это будущее промышленности и создание общей базы алгоритмов и типовых объектов для подобных задач, сильно упростит работу на новых предприятиях.

*Ключевые слова: автоматизация, видеоконтроль, система компьютерного зрения, хлебобулочная промышленность, контроль качества.*

## **Использование нейросетевых технологий для управления процессом объемным дозированием молотого кофе**

Сантос Куннихан М.Р. , Благовещенская М.М.

*Московский государственный университет пищевых производств, Москва, Россия  
E-mail: latinbrother@mail.ru, mmb@mgupp.ru*

Рассматриваются результаты анализа нейросетевых технологий, критериальные зависимости и моделирования для управления дозированием молотого кофе в автоматическом рабочем режиме с точки зрения многоуровневой цели управления, связанной со стабилизацией показателей качества процесса дозирования и визуализацией динамики контролируемых параметров. Применяется метод, основанного на работе нейросетевого оптимизатора ПИ контролером, чтобы учитывать влияние каждого параметра возмущений на оценку качества величины уровня и объемной порции молотого кофе с помощью значений весовых коэффициентов. Результаты работы основаны на снижении вариаций уровня молотого кофе, который предоставляет возможности контроля процесса образования застойных зон, сегрегация, обеспечивает стабилизацию режима истечения продукта из бункера объемного

дозатора, сократить время, перерегулирование, электроэнергия и может стать прототипом универсального промышленного аппарата настройки параметров PI в процессе дозирования.

*Ключевые слова: управление уровнем, моделирование, стаканчиковый дозатор, молотый кофе, ПИ регулятор, нейронная сеть.*

## **Автоматизированные системы мониторинга технологических процессов кондитерского производства на основе web-технологий**

Соловьёв М.С. , Благовещенская М.М.

*Московский Государственный Университет Пищевых Производств, Москва, Россия  
E-mail: maksimsolovyovs@gmail.com, mmb@mgupp.ru*

В пищевой отрасли всё более широко внедряют информационные системы, без которых существование самого предприятия невозможно. Применение web-технологий на кондитерских предприятиях к таким задачам, как мониторинг или управление, мало где внедрено. Использование подобных решений улучшает работу предприятия уменьшая время на получение информации о состоянии технологического процесса и сведение затрат на покупку дорогостоящей системы к минимуму. Для создания системы используют клиент-серверную архитектуру с MVC (Модель-Представление-Контроллер) схема разделения и представления данных web-приложения. С применением web-технологий к мониторингу технологических процессов повышается оперативность и контроль.

*Ключевые слова: сервер, web-технологии, кондитерские предприятия.*

## **Автоматизация процесса бестарного хранения муки, ее целесообразность, особенности и этапы внедрения**

Карелина Е.Б.<sup>1</sup> , Клехо Д.Ю.<sup>2</sup> , Савостин С.Д.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>*Московский государственный университет пищевых производств, Москва, Россия*

<sup>2</sup>*Российский государственный гуманитарный университет, Москва, Россия*

<sup>3</sup>*ОАО «Мелькомбинат в Сокольниках», Москва, Россия*

*E-mail: liza200785@gmail.com, Kleho62@mail.ru*

Одним из главных заданий агропромышленного комплекса является достижение стабильного роста сельскохозяйственного производства. Мало вырастить и собрать урожай, его еще необходимо качественно обработать и сохранить. Продукты необходимо подготавливать к хранению, обеспечить определенные условия хранения и качественный контроль данного процесса. Для этого необходима технологическая база - хранилища, оснащенные

необходимым оборудованием. Так же рациональным является автоматизация этой технологической базы. Автоматизация на этапе хранения муки позволит избежать убытков, повысить качество ведения технологического процесса, снизит расходы (в том числе за счёт снижения ручного труда и уменьшения количества обслуживающего персонала).

Установленные в нашей стране еще в советские времена системы транспортировки и силосы для бестарного хранения имели системы автоматики уровня развития производства того времени, и сегодня не отвечают запросам современных предприятий. Они устарели как морально так и физически, требуют постоянного обслуживания и ремонта, а при отсутствии запчастей, в основной массе, и вовсе не работают. Поэтому оператор склада бестарного хранения муки остается без надежных средств контроля и надеется только на свой опыт, когда ответственность и профессионализм при проведении данной операции является основным критерием для сохранения качества муки. При больших объемах хранимой продукции затраты, обусловленные потерей качества, становятся особенно большими, поэтому все больше руководителей предприятий задумываются об автоматизации процесса бестарного хранения муки.

*Ключевые слова: автоматизация, бестарное хранение муки, силосы, контроль качества, программирующие устройства.*

# ОБЩИЕ ВОПРОСЫ МЕХАНИКИ

## Параметрический анализ поведения ВЭУ в виде двухзвенного маятника в упругом подвесе

Голуб А.П.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>МГУ имени М.В. Ломоносова, НИИ механики, Москва, Россия  
E-mail: holub.imech@gmail.com;

Наиболее распространенные ветро- и гидроэнергетические установки преобразуют движение среды во вращательное движение рабочего элемента (с горизонтальной или вертикальной осью вращения). Однако представляют интерес и другие устройства, в которых рабочий элемент совершает не вращательное, а колебательное движение. Важной задачей при разработке таких устройств является выбор и анализ механических систем, которые могли бы играть роль таких рабочих элементов. Одним из возможных рабочих элементов для таких установок является двухзвенный аэродинамический маятник.

В данной работе рассматривается динамика двухзвенного аэродинамического маятника в упругом подвесе. Получены условия асимптотической устойчивости положения равновесия «по потоку». В пространстве параметров построены области устойчивости. Показано, что существует диапазон значений параметров, в котором данное положение равновесия неустойчиво, что позволяет использовать маятник в качестве устройства для преобразования энергии потока в полезную энергию. Исследована эволюция циклов, возникающих в системе, в зависимости от параметров. Проведено численное моделирование поведения системы, построены зависимости амплитуд звеньев на периодических режимах от параметров.

*Ключевые слова:* маятник, устойчивость, автоколебания, аэроупругость.

## О некоторых особенностях поведения упруго закрепленной пластины в потоке среды

Селюцкий Ю.Д.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>МГУ имени М.В. Ломоносова, НИИ механики, Москва, Россия  
E-mail: seliutski@imec.msu.ru

Рассматривается аэроупругая система, представляющее собой плоскую пластину (крыло), упруго закрепленную в потоке среды таким образом, что она может двигаться поступательно в направлении поперек потока и вращаться



относительно оси, перпендикулярной потоку. Аэродинамические силы моделируются с помощью квазистатического подхода. Как правило, исследуются только колебания подобных систем вблизи тривиального положения равновесия (в котором крыло ориентировано вдоль потока). В данной работе изучается множество положений равновесия (включая «косые» положения) в зависимости от конструктивных параметров. Получены критерии устойчивости для этих положений равновесия.

Проведено численное исследование поведения системы в широком диапазоне углов атаки при разных начальных условиях и разных значениях параметров. Проанализированы предельные циклы, возникающие в системе.

*Ключевые слова:* устойчивость, колебания, предельный цикл, аэроупругость.

## **Идентификация параметров модели трения в шарнире управляемого физического маятника по характерным свойствам периодических движений**

Васюкова О.Э.<sup>1</sup>, Самсонов В.А.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>МГУ, Москва, Россия

<sup>2</sup>НИИ механики МГУ, Москва, Россия

*E-mail:* vasyukovaola@yandex.ru, samson@imec.msu.ru

Рассматривается модель плоского управляемого физического маятника. Предполагается, что в шарнире маятника приложен управляющий момент, зависящий от знака угловой скорости, и момент трения, который имеет сухую и вязкую компоненты, при этом момент сухого трения зависит от величины нормальной реакции в шарнире.

При помощи метода Понтрягина поиска периодических решений систем, близких к гамильтоновым, построен такой программный закон колебаний управляемого маятника, что тестовые режимы движения являются установившимися и орбитально устойчивыми. Тестовые режимы движения предлагается использовать для идентификации коэффициентов сухого и вязкого трения в шарнире.

Построены бифуркационные диаграммы периодических траекторий рассматриваемой системы. Было выявлено три типа качественного вида диаграмм, в зависимости от значения параметров модели. Предложена стратегия идентификации коэффициентов трения в шарнире, основанная на наблюдении тестовых движений, для каждого из представленных типов качественного поведения системы. Проведено численное моделирование движения системы, иллюстрирующее диапазон значений параметров системы, для которого предложенный в работе метод идентификации можно считать достаточно точным.

Предложенный подход к идентификации параметров модели трения по амплитудам установившихся движений не требует наличия информации о траектории движения в каждый момент времени. Это большое преимущество перед имеющимися на данный момент времени методами идентификации трения в шарнире манипулятора, в которых используются сведения об угловой скорости и угловом ускорении звена в каждый момент времени.

*Ключевые слова: идентификация трения, установившиеся движения, управление, бифуркационные диаграммы.*

## **Моделирование вращения вертушки с вязким наполнителем**

Досаев М.З.

*НИИ механики МГУ, Москва, Россия  
E-mail: dosayev@imec.msu.ru*

Рассмотрено вращение вокруг неподвижной точки четырёхлопастной осесимметричной вертушки, содержащей вязкое наполнение, в постоянном потоке среды. Это механическая система с переменной диссипацией. Можно наблюдать противостояние между внешней аэродинамической нагрузкой и внутренним трением. Рассматриваются условия устойчивости перманентного вращения вертушки в потоке среды. Уравнения соответствующей динамической системы анализируются численно для случая лопастей с низким аэродинамическим качеством.

*Ключевые слова: четырёхлопастная вертушка, вязкий наполнитель, динамическая система, устойчивость, численное моделирование.*

## **Оценка механической мощности двухпропеллерной горизонтально-осевой ветроустановки**

Климина Л.А., Шалимова Е.С.

*НИИ механики МГУ, Москва, Россия  
E-mail: klimina@imec.msu.ru*

Двухпропеллерные горизонтально-осевые ветротурбины были изобретены в Великобритании в конце прошлого века. Экспериментальные исследования и компьютерное моделирование подтвердили эффективность таких ветроустановок. Они обладают следующими преимуществами по сравнению с классическими однопропеллерными: увеличение коэффициента мощности, отбираемой у потока; снижение гироскопических нагрузок на механизм; увеличение угловой скорости ротора генератора относительной статора без

использования дополнительной передачи; самостоятельная ориентация на ветер из широкого диапазона начальных положений.

В настоящей работе ставится задача описать влияние электрической нагрузки на динамику двухпропеллерной ветроустановки, которое до сих пор было изучено только для некоторых частных случаев. Для этого построена математическая модель, учитывающая переменное электрическое сопротивление в локальной цепи генератора. Эта модель позволяет провести детальный параметрический анализ рабочих режимов ветроустановки. В частности, показано, что нелинейная зависимость аэродинамического момента от угловой скорости пропеллера приводит к наличию гистерезиса установившихся угловых скоростей в зависимости от направления изменения внешней нагрузки.

Построены бифуркационные диаграммы установившихся значений угловых скоростей и коэффициента мощности, отбираемой у потока, в зависимости от коэффициента электрической нагрузки. Определен диапазон значений коэффициента электрической нагрузки, при котором достигаются наибольшие значения механической мощности ветроустановки. Показано, что в этом диапазоне второй пропеллер отбирает у потока больше мощности, чем первый, несмотря на то, что расположен в следе первого.

*Ключевые слова: двухпропеллерная ветроустановка, электрическая нагрузка, стационарные режимы, бифуркационные диаграммы, мощность.*

## **Общие свойства и тенденции движения оперенного тела в сопротивляющейся среде**

Окунев Ю.М., Привалова О.Г., Самсонов В.А.

*НИИ механики МГУ, Москва, Россия  
E-mail: privalova@imec.msu.ru, samson@imec.msu.ru*

Приводятся результаты исследования серии задач о движении оперенного тела, полученные в рамках квазистатической модели воздействия среды на тело. В рассматриваемых задачах динамически симметричное оперенное тело имеет одинаковую конфигурацию. Целью постановки данной серии модельных задач является выявление общих свойств и тенденций движения в зависимости от геометрических, аэродинамических и инерционно-массовых параметров оперенного тела, когда различны действующие на него силы и условия, в которых оно находится.

Проводится сравнение поведения макета тела, помещенного в аэродинамическую трубу, со свободным полетом тела в атмосфере. Это дает возможность воспользоваться результатами продувок оперенного тела в трубе для прогнозирования его свободного движения.

*Ключевые слова: оперенное тело, режим авторотации, область устойчивости, притягивающие установившиеся режимы.*

## **Три модели использования онлайн курса “Инженерная механика” в учебном процессе**

Берестова С.А., Митюшов Е.А., Беляева З. В., Мисюра Н.Е.

*УрФУ, Екатеринбург, Россия*

*E-mail: s.a.berestova@urfu.ru, belyaeva-zv@yandex.ru, mityushov-e@mail.ru, n\_misura@mail.ru*

В работе предлагается сравнение трех моделей использования онлайн курса “Инженерная механика” в учебном процессе Уральского федерального университета. Первая модель: электронное обучение при консультационном сопровождении онлайн-курса преподавателями университета. Вторая модель: смешанная форма обучения, когда часть материалов переносится на онлайн-обучение. Третья модель: информационная поддержка при традиционной форме обучения. Все предлагаемые модели апробированы преподавателями со студентами очной формы обучения. Равномерная подача материала, еженедельный контроль самостоятельной работы, наличие познавательно-прикладного блока, интерактивный программный модуль выгодно отличают электронный курс от традиционной формы обучения, побуждая студентов к активному восприятию информации. Изменение концепции преподавания механики позволяет максимально повысить эффективность в достижении результатов обучения студентами университета. Успеваемость студентов, которые обучались с использованием в учебном процессе онлайн курса, выше, чем при традиционной лекционно-семинарской модели обучения.

*Ключевые слова: онлайн курс, модели обучения, смешанная форма.*

## **Численное исследование влияния формы фюзеляжа на тягу толкающего воздушного винта**

В.С. Алесин, В.В. Губский, О.В. Павленко

*ФГУП «ЦАГИ», Жуковский, Россия*

Проведено численное исследование по поиску рациональной формы фюзеляжа с толкающим воздушным винтом (ВВ) с целью повышения его тяги. Расчет выполнен с помощью программ, основанных на численном решении осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса. Так как в эксперименте относительная величина приращения тяги винта  $\Delta \bar{T} = \Delta T / T_0$  (где  $T_0$  – тяга изолированного ВВ) при его установке в следе за фюзеляжем существенно уменьшалась при скорости набегающего потока  $V=50$  м/с ( $M = 0.147$ ), то поиск рациональных обводов фюзеляжа в численном исследовании был проведен именно при этой скорости потока в соответствии с условиями эксперимента в АДТ Т-102.

Анализ обтекания исходной модели фюзеляжа показал, что при наличии работающего воздушного винта на кормовой части фюзеляжа возникает разрежение, увеличивая его сопротивление. С целью ослабления этого неблагоприятного явления и увеличения тяги толкающего ВВ нужно увеличить давление в кормовой части фюзеляжа. При этом надо соблюдать условия безотрывного обтекания, чтобы толкающий ВВ не работал в отрывной зоне. В данной работе было принято решение, не меняя длину фюзеляжа и форму его носовой части изменять только обводы в районе винта.

Изменение формы кормовой части фюзеляжа, с целью предотвращения его отрывного обтекания, выполнено в виде формы крыльцевого профиля Либика (по теории Стретфорда).

Двумерный расчет показал, что наиболее благоприятной формой обводов фюзеляжа, с точки зрения поставленной задачи увеличения тяги винта, является модификация фюзеляжа в соответствии с формой нижней хвостовой части профиля Либика, которая увеличивает давление в области винта и не создает отрывную зону.

Трехмерный расчет проведен с модифицированным фюзеляжем с нижней хвостовой частью профиля Либика, так как его форма оказалась наиболее приемлемой. Численное исследование проведено в двух расчетных программах ANSYS FLUENT и SOLID WORKS, основанных на численном решении уравнений Навье-Стокса, что дает возможность оценить преимущества различных программ и сравнить полученные результаты с экспериментом.

По распределению давления без винта и с работающим винтом, при удовлетворительном согласовании с экспериментальными данными, получено, что выбранная модификация обводов фюзеляжа с нижней частью профиля Либика увеличивает давление на поверхности кормовой части фюзеляжа в области винта и повышает его тягу. При этом величина приращения коэффициента тяги винта  $\Delta C_{\text{ст}}$  превышает соответствующее увеличение сопротивления фюзеляжа  $\Delta C_{\text{х}}$ .

В целом, в результате модификации формы кормовой части фюзеляжа реализован благоприятный эффект взаимодействия с толкающим ВВ, проявляющимся в снижении потребной тяги винта для компенсации полного сопротивления фюзеляжа.

## **О проведении олимпиад по теоретической механике**

Дубровина Г.И., Баркин М.Ю.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

Для студентов младших курсов олимпиада дает возможность дает возможность решать задачи повышенной трудности. в. При решении конкурсных задач студентам необходимо создать математическую модель реального объекта, выбрать метод решения данной задачи, исследовать полученные результаты. Решение нестандартных задач развивает творческие

способности студентов, готовит их к научно-исследовательской работе. Для развития способностей одаренной молодежи, повышения квалификации будущих инженеров Министерство образования СССР приняло решение в 1981г. о проведение Всесоюзной олимпиады по теоретической механике в технических вузах под эгидой Студент и технический прогресс.

С тех пор проводятся региональные, Всероссийские, международные олимпиады. Разработаны положения проведения этих олимпиад. Президентом России были учреждены за первых три места в личном зачете в теоретическом конкурсе. В статье рассматривается проведение Московских, Всероссийских олимпиад.

*Ключевые слова:* олимпиада, теоретическая механика, студент, Всероссийская, университет.

## **Солнечная ориентация спутника-гиростата**

Игнатов А.И.<sup>1</sup>, Сазонов В.В.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> ФГУП «ГКНПЦ им. М.В. Хруничева», Москва, Россия

<sup>2</sup> ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия

E-mail: general\_z@mail.ru; sazonov@keldysh.ru

Исследован режим солнечной ориентации искусственного спутника Земли. Параметры спутника соответствуют параметрам спутников «Бион М» и «Фотон М-4». В этом режиме нормаль к плоскости солнечных батарей спутника неизменно направлена на Солнце, продольная ось лежит в плоскости орбиты, абсолютная угловая скорость спутника весьма мала. Режим стабилизируется с помощью электромагнитов, взаимодействующих с магнитным полем Земли и вращающегося маховика, создающего постоянный гиростатический момент вдоль продольной оси спутника. Такой момент можно создать и с помощью системы двигателей-маховиков, постоянство гиростатического момента означает, что эта система будет функционировать без насыщения. Управление вращательным движением спутника осуществляется за счет изменения токов в электромагнитах. Реализация управления не требует проведения сложных измерений, достаточно иметь показания солнечного датчика, трехосного магнитометра и аппаратуру для их обработки.

При моделировании движения спутника используется система уравнений, состоящая из двух подсистем. Одна подсистема описывает движение центра масс спутника, в ней учитываются нецентральность гравитационного поля Земли и сопротивление атмосферы. Другая подсистема описывает движение спутника относительно центра масс (вращательное движение). В уравнениях, выражающих теорему об изменении кинетического момента, учитываются гравитационный и аэродинамический моменты. Дополняет подсистему уравнений вращательного движения спутника соотношения, описывающие изменения собственного магнитного момента электромагнитов.

Показано, что приемлемый режим солнечной ориентации спутника можно обеспечить с помощью электромагнитов без изменения его гиросtatического момента. Предложен способ аппроксимации ориентированного движения спутника посредством набора периодических решений. Такая аппроксимация упростит параметрическое исследование этого движения.

*Ключевые слова: искусственный спутник Земли, периодическое движение, режим солнечной ориентации.*

## **Стабилизация режима орбитальной ориентации искусственного спутника Земли без накопления кинетического момента гиросистемы**

Игнатов А.И.<sup>1</sup>, Сазонов В.В.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> ФГУП «ГКНПЦ им. М.В. Хруничева», Москва, Россия

<sup>2</sup> ИПМ им. М.В.Келдыша РАН, Москва, Россия

E-mail: general\_z@mail.ru; sazonov@keldysh.ru

Рассматривается режим активной орбитальной ориентации гравитационно-неустойчивого спутника-гиростата. Гиросtatический момент обеспечивается гиросистемой, состоящей из нескольких двигателей-маховиков или гиродинов. Исследуется закон управления гиросистемой, позволяющий поддерживать достаточно точную орбитальную ориентацию. Движение спутника в ориентированном состоянии представляет собой малые колебания относительно орбитальной системы координат, причем гиросtatический момент остается ограниченным.

При моделировании движения спутника используется система уравнений, состоящая из двух подсистем. Одна подсистема описывает движение центра масс спутника, в ней учитываются нецентральность гравитационного поля Земли и сопротивление атмосферы. Другая подсистема описывает движение спутника относительно центра масс (вращательное движение). В уравнениях, выражающих теорему об изменении кинетического момента, учитываются гравитационный и аэродинамический моменты. Дополняет подсистему уравнений вращательного движения спутника соотношения, описывающие изменения собственного кинетического момента гиросистемы.

Предложен способ выбора части коэффициентов закона управления с помощью коэффициентов линеаризованной системы уравнений вращательного движения спутника.

Представлены результаты моделирования, которые показывают, что поддержание достаточно точной орбитальной ориентации спутника можно обеспечить без накопления кинетического момента гиросистемы.

*Ключевые слова: искусственный спутник Земли, режим орбитальной ориентации, гиросистема.*

## **К вопросу о построении структурной теории пространственно армированного материала**

Дворецкий А.Э., Магнитский И.В., Одинабеков Ф.Р., Сергеева Е.С.,  
Тащилов С.В.

*ОАО “Композит”, Королев, Россия  
E-mail: sergeeva.e.s@outlook.com*

При проектировании конструкций из пространственно армированного материала необходимо располагать значениями упругих характеристик материала, взятого за ее основу. Композиционный материал рассматривают как конструкцию, состоящую из матрицы и наполнителя, свойства которой в большей степени определены характеристиками последних и их взаимодействием. В данной работе для исследования зависимостей упругих свойств пространственно армированных композитов использован подход использованием метода конечных элементов (МКЭ).

Целью данной работы является построение и верификация конечно-элементных моделей углеродного композита со схемой армирования 4ДЛ, позволяющих определять значения упругих характеристик такого материала. Для решения поставленной задачи построены аналитические оценки интересующих характеристик для выбранного объема материала, а численное решение реализовано в два этапа: на первом этапе построена конечно-элементная модель 4ДЛ армированного материала с идеальными контактами матрицы и стержней, на втором – модель, учитывающая возможность отслоения компонент композита друг от друга.

Для конструкции из материалов как с идеальными контактами, так и с отслоением стержней от матрицы обнаружено существенное различие между результатами, полученными численным и аналитическим методами. Результаты, полученные с помощью МКЭ следует считать более объективными, так как в численном расчете на значения упругих свойств компонентов не было наложено никаких искусственных ограничений, а качественные зависимости показали совпадение с результатами экспериментов.

Моделирование свойств пространственно армированного материала с введенным в рассмотрение интерфейсом было проведено в три этапа: с постановкой тестовой задачи и получением оптимальных значений упругих характеристик интерфейса, постановкой и верификацией конечно-элементной модели, имитирующей однонаправленный композит, постановкой и расчетом конечно-элементной модели реальной ячейки пространственно армированного материала.

Таким образом, после анализа результатов, полученных конечно-элементными моделями с идеальными контактами стержней и матрицы и наличием у стержней интерфейсов было отмечено, что модель с идеальными контактами дает оценки эффективных модулей по всем осям выше, чем модель



с интерфейсами. Также установлено, что использование известных аналитических методов для исследования пространственно армированного материала некорректно в силу наличия в реальном композите эффектов, например, масштабного, которые таким типом методов не могут быть установлены.

*Ключевые слова: композит, расслоение, численное моделирование, упругие характеристики, УУКМ, 4ДЛ.*

## **Формулировка структурной математической модели упругого поведения углерод-углеродного композиционного материала на иглопробивном каркасе**

Дворецкий А.Э., Кандинский Р.О., Пономарев К.А., Тащилов С.В.

*ОАО «Композит», Королёв, Россия  
E-mail: rkandinsky@mail.ru*

Важной задачей при проектировании и оптимизации элементов конструкций из высокотемпературных композиционных материалов является моделирование их поведения при термосиловом нагружении. Появление в разработке новых перспективных узлов, имеющих мелкомасштабные конструктивные элементы и рассчитанных на восприятие существенно более высоких уровней и градиентов нагрузок, а также внедрение материалов с градиентными свойствами, делает актуальной задачу учёта структуры композита на соответствующих масштабах. Необходимость снижения затрат на стендовые и натурные испытания выделяет значимость методов прогнозирования эффективных свойств композиционных материалов.

Объектом исследований в настоящей работе является модельный углерод-углеродный композиционный материал (УУКМ) на основе иглопробивного каркаса со схемой укладки слоёв – «моноаксиальное полотно 0° — войлок — моноаксиальное полотно 90° — войлок», насыщенный по пековой технологии.

Цель настоящей работы состоит в формулировке структурной математической модели упругого поведения УУКМ на иглопробивном каркасе, отражающей влияние свойств компонентов материала и технологических параметров изготовления каркаса на эффективные упругие свойства материала.

К основным результатам, полученным в ходе проведения работ, можно отнести характерные размеры армирующих компонентов модельного материала, измеренные на массиве материалографических изображений; формулировку математической модели упругого деформирования объёма материала с учётом его структуры; отработку численного решения системы уравнений в составе математической модели методом конечных элементов и схему учёта влияния масштабного эффекта; верификацию модели по

эффективным упругим характеристикам материала, сравненных с аналогичными характеристиками, полученными аналитическим методом.

Предложенная математическая модель может быть использована для прогнозирования упругих характеристик композиционных материалов на иглопробивном каркасе при вариации некоторых технологических параметров каркаса, а также для оценки характеристик аналогичных материалов с градиентной непериодической структурой.

*Ключевые слова: иглопробивные материалы, УУКМ, моделирование.*

## **Метод неопределенных частот для анализа колебаний сильно нелинейных систем**

Буданов В.М.

*НИИ механики МГУ, Москва, Россия  
E-mail: vlbudanov@gmail.com*

Современные аналитические подходы к исследованию колебаний в нелинейных системах предполагают близость исследуемой нелинейной системы к другой системе, для которой известно аналитическое решение. Это выражается наличием малого параметра при нелинейных членах. В настоящей работе предлагается метод, в котором объединены метод последовательных приближений и метод усреднения, и который наследует положительные свойства обоих: сходимости без предположений о малости параметра и приведение исходных уравнений к более простым уравнениям для медленно меняющихся переменных.

В исходном нелинейном уравнении второго порядка осуществляется переход к переменным «амплитуда - фаза», в результате чего получается система двух уравнений первого порядка. Эта система решается методом последовательных приближений. На каждой итерации с помощью усреднения выделяются уравнения для медленных и быстрых переменных. Под усреднением при этом понимается вычисление среднего значения на бесконечном промежутке времени. При этом ключевым моментом является требование отсутствия систематического изменения фазы, откуда определяется частота колебаний.

Техника применения метода иллюстрируется двумя примерами. Для уравнения Ван дер Поля построено пятое приближение, дающее приемлемое качество периодического решения для значений параметра при нелинейных членах вплоть до единицы.

Рассмотрена задача о движении маятника с горизонтальными колебаниями точки подвеса. Построены резонансные кривые первого и второго приближений для случая больших амплитуд колебаний. В первом приближении установлено наличие основного и субгармонического резонансов. В последнем случае частота возбуждения втрое больше частоты собственных колебаний.

*Ключевые слова: нелинейные колебания, метод последовательных приближений.*

## **Интенсификация эффекта безмашинного энергоразделения за счет аэродинамического охлаждения стенки в сверхзвуковом потоке**

Виноградов Ю.А.<sup>1</sup>, Леонтьев А.И.<sup>1,2</sup>, Попович С.С.<sup>1</sup>, Стронгин М.М.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>НИИ механики МГУ, Москва, Россия

<sup>2</sup>МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

*E-mail: vinograd@imec.msu.ru; leontiev\_27@mail.ru; pss1@mail.ru; strongin@imec.msu.ru*

Эффект безмашинного энергоразделения основан на перераспределении полной температуры в потоке сжимаемого газа таким образом, что температура пристенного слоя газа оказывается ниже, чем в ядре потока. Эффект становится значительным при скоростях течения газа не ниже сверхзвуковых. Интенсификация процесса энергоразделения заключается в поиске воздействий, способствующих снижению коэффициента восстановления температуры (по сути – безразмерной температуры стенки) и росту коэффициента теплоотдачи. Представлены результаты исследования влияния отрывного течения за преградой в виде ребра на параметры, определяющие эффективность процесса безмашинного энергоразделения. Исследование проводилось на сверхзвуковой аэродинамической установке для числа Маха набегающего потока 2.2 и турбулентного режима течения –  $Re_x \geq 2 \cdot 10^7$ . Высота ребра варьировалась и составляла как больше, так и меньше толщины пограничного слоя на срезе сопла – около 6 мм. В результате исследования получены значения коэффициента восстановления температуры и интенсификации теплоотдачи при течении за ребром в сравнении с режимом безотрывного обтекания гладкой стенки. Полученные результаты свидетельствуют о том, что на значительном расстоянии ниже по потоку за ребром фиксируется одновременный рост коэффициента теплоотдачи на величину до 40% и снижение коэффициента восстановления температуры на величину до 8%. Исследования выполнены в Совместной Межвузовской лаборатории «Термогазодинамика» НИИ механики МГУ и МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Работа выполняется за счет гранта Российского научного фонда (проект №14-19-00699).

*Ключевые слова: сверхзвуковой поток, отрывное течение, адиабатная температура стенки, коэффициент восстановления температуры, интенсификация теплоотдачи.*

# Проблемы преподавания дифференциальных уравнений в высших учебных заведениях

Чернова Т. В.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Мытищинский филиал МГТУ им. Н.Э.Баумана, Москва, Россия  
E-mail: c.tatyana@bk.ru*

Современный этап развития общества и производства предъявляют к специалистам технического профиля новые требования. Сегодня необходимы инженеры, способные к нахождению и принятию организационно-управленческих решений в нестандартных условиях и готовые нести за них ответственность, владеющие методами анализа, обобщения и представления результатов изучения научно-технической информации, способные к самостоятельному выстраиванию и реализации перспективных линий интеллектуального и профессионального саморазвития и самосовершенствования.

Для студентов технических направлений подготовки одним из наиболее значимых с позиции будущей профессиональной деятельности разделов математики является раздел «Дифференциальные уравнения», поскольку дифференциальные уравнения выступают математическими моделями различных явлений механики сплошной среды, химических реакций, электрических и магнитных явлений и др. — объектов исследования будущих инженеров.

Педагогическая практика показывает, что проблемы, возникающие при преподавании данной темы, не уменьшается. Знания большинства обучающихся по данной теме носят формальный характер, не формируется полное понятие о дифференциальных уравнениях, не выработаны прочные навыки решения задач.

Проблемы, так же, состоит в низком уровне освоения обучающимися и предшествующих тем, в частности тем «Дифференциальное и интегральное исчисление». В связи с этим, перед преподавателем стоит задача выбрать оптимальный способ представления студентам теоретического и практического материала.

*Ключевые слова: дифференциальные уравнения, методы преподавания, математические модели, специалист технического профиля.*

# **Оптимизация регуляторов волновых процессов в гидросистемах**

Попов Д.Н., Сосновский Н.Г., Сиухин М.В.

*Московский государственный университет им. Н.Э.Баумана, Москва, Россия  
E-mail: siukhin@bmstu.ru; sosn@bmstu.ru*

Рассмотрены методы оптимизации регуляторов волновых процессов в гидравлических линиях технических систем. Описан метод, обеспечивающий более надежную защиту гидросистем от повреждений путем управления волновыми процессами с помощью оптимальных регуляторов. Изложена последовательность оптимизации системы регулирования волновых процессов.

*Ключевые слова: гидросистема, линия гидравлическая, процесс волновой, регулятор волновых процессов.*

## **Новые возможности для расчетно-экспериментального изучения параметров баллистики и функционирования исследовательских зондов**

Сотский М.Ю., Велданов В.А., Гелин Д.В., Гелин Н.Д., Лысов Д.А.,  
Марков В.А., Марков И.В., Маркова М.В., Селиванов В.В., Сотская М.М.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия  
E-mail: mva\_2805@mail.ru*

Представлен вариант лабораторного изучения на моделях функционирования низкоскоростных (до 100 м/с) зондов и посадочных модулей. Эти вопросы являются частью фундаментальной проблемы изучения динамических механических свойств реологических сред, составляющих материалы поверхностного слоя планет и малых тел Солнечной системы, с использованием технологий зондирования [1-4].

Изложены примеры имеющейся лабораторной технологии [5] получения зависимостей замедления от времени недеформируемой измерительной модели зонда при движении в упругопластической среде после высокоскоростного удара со скоростью до 300 м/с на основе непрерывной регистрации замедления от времени с использованием частных вариантов технологии пьезометрии. Более 20 технических решений, защищенных 11 патентами РФ, составляют нематериальный актив и оснастку технологий научно-экспериментального комплекса «Фундаментальные и прикладные исследования физики быстропротекающих процессов» кафедры СМ-4 «Высокоточные летательные аппараты» МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Дано описание исследовательской пусковой установки [6], позволяющей получить данные о параметрах баллистики и функционирования модели.

Дополнительные данные о динамических механических свойствах исследуемой среды позволяют произвести идентификацию свойств составляющих поверхностный слой материалов путем согласования данных об изменении во времени процесса расчетных и регистрируемых параметров.

*Ключевые слова: баллистика, зонд, модуль, динамические механические свойства, исследовательская пусковая установка.*

## **Многомасштабное моделирование процессов фильтрации в пористых системах**

Димитриенко Ю.И.<sup>1</sup>, Богданов И.О.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия  
E-mail: dimit.bmstu@gmail.com; biofamily\_7394@mail.ru*

Теория фильтрации – раздел гидромеханики, посвященный изучению движения жидкостей и газов через пористые среды. Пористые среды имеют очень широкое распространение и отличаются большим разнообразием как среди естественных, так и среди искусственных материалов. Поэтому процессы фильтрации занимают важное место в самых различных дисциплинах: биология, гидрология природных вод, подземная гидродинамика, машиностроение, производство композиционных материалов и т.д. Практический интерес при этом представляет многомасштабное моделирование процесса фильтрации, под которым понимается исследование движения фаз как в отдельных порах, так в пористой среде в целом. Задачи первого рода называются локальными, в то время как задачи второго рода – глобальными (или макроскопическими). Глобальные задачи переноса, в основе которых лежит закон Дарси, описывающий медленные течения жидкости в пористой среде, достаточно подробно освещены в отечественной и зарубежной литературе. Однако следует отметить, что классические подходы чаще всего основываются либо на экспериментальном определении коэффициентов проницаемости пористой среды, входящих в закон Дарси, либо на использовании различных эмпирических соотношений для описания локальных процессов переноса. В этом случае получаются довольно грубые оценки реальных процессов, происходящих внутри пор со сложной геометрией, что приводит к большим отклонениям при определении проницаемости. В связи с этим важной частью исследования фильтрации является анализ локальных процессов переноса для отдельно взятой поры.

Введение в рассмотрение глобальной и локальной постановок задачи фильтрации обусловлено тем, что движение жидкой или газовой фаз в пористой среде в общем случае описывается системой уравнений Навье-Стокса, в которой искомые функции имеют сложную область определения, представляющую собой негомогенную пористую среду со сложной внутренней геометрией. Решение задачи фильтрации в таком виде либо сильно осложнено,

либо вовсе не представляется возможным. По этой причине математическое моделирование процесса фильтрации в пористой системе основывается на теории осреднения. В рамках данной работы рассматриваются пористые среды, в которых можно выделить повторяющиеся элементы – ячейки периодичности. В этом случае возможно применить метод асимптотического осреднения (МАО).

В настоящем исследовании рассматривается движение слабосжимаемой жидкости через пористую среду. На основе МАО сформулированы трехмерные локальные задачи, каждая из которых представляет собой стационарную задачу течения некоторой фиктивной линейно-вязкой несжимаемой среды. Показано, что их решение зависит только от внутренней геометрии пор. Благодаря этому данные задачи применимы для расчетов фильтрации любых жидкостей. В тоже время локальные задачи являются интегро-дифференциальными за счет наличия специального оператора осреднения и имеют специфические граничные условия периодичности на противоположенных гранях ячейки. В работе продемонстрирована процедура сведения указанных задач к задачам на  $1/8$  ячейки периодичности, имеющих более простое решение, а также продемонстрировано решение локальных задач и расчет основных характеристик пористой среды – пористости и коэффициентов проницаемости – на основе метода конечных элементов.

Наконец, в работе произведено осреднение локальных уравнений, что привело к постановке глобальной задачи неустановившейся фильтрации слабосжимаемой жидкости, определенной уже на «гомогенизированной» области и допускающей более простое решение по сравнению с исходной постановкой.

*Ключевые слова: фильтрация, пористые среды, метод асимптотического осреднения, метод конечных элементов.*

## **Управление движениями гибридной колебательной системы**

Гавриков А.А.

*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия*

*E-mail: gavrikov@ipmnet.ru*

Построена математическая модель одномерного управляемого движения гибридной колебательной системы. Объект содержит неоднородный упругий брус с сосредоточенными грузами на концах. К распределенной части системы и твердым телам прилагаются силовые воздействия допустимого типа. Предложены конструктивные приближенные способы решения задач управления движениями счетномерной колебательной системы.

Рассматривается одноосная управляемая гибридная система, содержащая элементы с сосредоточенными и распределенными параметрами. Для

определения основных свойств и особенностей задачи динамики и управления представляет естественный теоретический и прикладной интерес двухмассовая система с упруго-инерционной связью между телами, к которым прилагаются управляющие воздействия. Одно из тел или (и) управлений могут отсутствовать. К упругой части системы также может быть приложено распределенное силовое воздействие. К массам и элементу прилагаются внешние силы, которые являются соответственно сосредоточенными функциями времени и распределенными функциями координаты и времени. Эти воздействия считаются управляющими и используются для приведения системы из известного начального состояния движения в требуемое конечное. Предполагается, что возможные возмущающие факторы, действующие на систему, скомпенсированы и ими можно пренебречь на рассматриваемом интервале.

Построено конечно-модовое управление, позволяющее при управлении нулевой модой не возбудить высшие. Предложены алгоритмы предварительного успокоения отдельных высших мод колебания. Предполагается дальнейшее исследование влияния этих алгоритмов на состояние системы.

*Ключевые слова: конечно-модовое управление, управление колебаниями, гибридная система, система с распределенными параметрами.*

## **О голономных механических системах с быстрыми периодическими возмущениями**

Е. И. Кугушев, М. А. Левин, Т. В. Попова

*Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия  
E-mail: kugushev@keldysh.ru, tween-lm@mail.ru, t.shahova@yandex.ru*

Рассматриваются два типа механических систем с быстрыми периодическими по времени возмущениями, а именно, голономные системы на быстро вибрирующем основании и системы с наложенной дополнительно вибрирующей связью. Использование метода усреднения позволяет получить предельные уравнения движения системы при стремлении частоты вибраций к бесконечности и доказать равномерную сходимость решений уравнений Гамильтона к решениям предельных уравнений на конечном отрезке времени.

Основной вопрос исследования - возможность стабилизации неустойчивых положений равновесия и стационарных движений предельных уравнений. Добавлением вибраций в определенном направлении и с определенной амплитудой скорости вибраций можно изменить количество положений равновесия и их свойства. У систем в однородном поле силы тяжести с помощью добавления вертикальных вибраций с амплитудой скорости больше некоторой величины можно стабилизировать все невырожденные положения равновесия, которые имела невозмущенная система. Получена



оценка необходимой амплитуды скорости вибраций. Подобным образом можно изменить и характер устойчивости стационарных движений механических систем с циклическими координатами.

Проведен анализ устойчивости стационарного вращения волчка Лагранжа вокруг вертикальной оси в верхнем положении центра масс для предельных уравнений при добавлении вертикальных вибраций точки подвеса.

Также исследована возможность стабилизации положения равновесия материальной точки, движущейся по инерции на плоской кривой, подвергающейся периодическим сжатиям и растяжениям вдоль определенного направления.

## **Coupled MultiPhysics Modelling in Continuum Mechanics**

E.V. Murashkin<sup>1,2,3</sup>, Y.N. Radayev<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*National Research Nuclear University "MEPhI", Moscow, Russia*

<sup>2</sup>*Institute for Problems in Mechanics of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

<sup>3</sup>*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

*E-mail: evmurashkin@gmail.com, radayev@ipmnet.ru*

Contemporary models of solids of thermoelasticity requires to include multiphysics coupling and employ non classical e.g. elastic behaviour. The permanent generalization of elastic model is the Cosseratt micropolar model. Now this model is to be applied to growing solids, biomaterials, granular media, concrete. The basic concepts of the continuum mechanics is considered in connection with the difference in the dimensions of the continuum and external space. New field variables are introduced representing complex continuum properties. A generalization of the model of the micropolar continuum has been proposed. The action and the action density for the complex continuum model are discussed. A new field-theoretic model of a nonlinearly elastic continuum is developed assuming existence of an isometric immersing into an external plane space.

## **Microrotation Waves Propagating in a Cylindrical Waveguide**

E.V. Murashkin<sup>1,2,3</sup>, Y.N. Radayev<sup>1</sup>, V.A. Kovalev<sup>4</sup>

<sup>1</sup>*Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

<sup>2</sup>*National Research Nuclear University "MEPhI", Moscow, Russia*

<sup>3</sup>*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

<sup>4</sup>*Moscow City Government University of Management, Moscow, Russia*

*E-mail: evmurashkin@gmail.com, radayev@ipmnet.ru*

The present study is devoted to analysis of coupled harmonic waves of translational displacements and microrotations propagating along the axis of a long cylindrical waveguide with circular cross-section. Microrotation waves modelling is realized within the frameworks of linear micropolar elasticity by introducing microrotations

as independent degrees of freedom of the elastic continuum. The coupled system of vector differential equations of the micropolar elasticity is given. The translational displacements and microrotations vectors in the coupled wave are decomposed into potential and vortex parts. The coupled differential equations are uncoupled for some distinguished cases. The Helmholtz equations solutions for the translational and microrotation waves are obtained for a high-frequency waves in a cylindrical domain.

*Keywords: waveguide, harmonic wave, microrotation, micropolar elasticity, Helmholtz equation.*

## **Определение температурного поля в наращиваемой криволинейной пластине**

Савельева И. Ю., Журавский А.В.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

*E-mail: inga.savelyeva@gmail.com*

Технологии наращивания твёрдых тел (аддитивные технологии) позволяют наносить различные покрытия и получать материалы с новыми свойствами. В работе на примере процесса газофазного осаждения построена модель, позволяющая учесть технические особенности теплообмена при наращивании криволинейной пластины. В рамках экономичной одномерной модели построен численный алгоритм, проанализированы результаты численного расчёта, сделаны выводы о зависимости температуры пластины от различных параметров осаждения.

*Ключевые слова: газофазное осаждение, криволинейная поверхность, численное моделирование.*

## **Актуальность внедрения контура измерения влажности в систему автоматического управления складом бестарного хранения муки**

Карелина Е.Б.<sup>1</sup>, Благовещенская М.М.<sup>1</sup>, Клехо Д.Ю.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Московский государственный университет пищевых производств, Москва, Россия*

<sup>2</sup>*Российский государственный гуманитарный университет, Москва, Россия*

*E-mail: liza200785@gmail.com, mmb@mgupp.ru, Kleho62@mail.ru*

При хранении муки сразу после помола в благоприятных условиях ее хлебопекарные свойства улучшаются. Это явление принято называть созреванием муки. Но во время хранения муки могут происходить процессы, ведущие к её порче. Это пригоркание, плесневение, прокисание, уплотнение и слёживание. Система автоматического управления складом бестарного хранения муки и правильный подбор средств автоматизации помогают свести на нет эти процессы. Возникнут подобные процессы в муке или нет, зависит от

ряда параметров, из которых можно выделить два наиболее важных – влажность и кислотность муки. Для поддержания качества муки в надлежащем состоянии, необходимо спроектировать склад и автоматическую систему управления таким образом, чтобы эти параметры сохранили своё допустимое значение, и если возникнет необходимость, принять все необходимые меры по их поддержанию.

Для создания условий устойчивого хранения муки необходимо поддерживать относительную влажность воздуха на определенном уровне, который должен устанавливаться в зависимости от влажности муки, времени года и требуемой продолжительности хранения. Для этого помимо весового контура и контура уровня целесообразно ввести в систему автоматического управления складом контур измерения влажности. Этим требованиям хорошо соответствует датчик измерения влажности сыпучих материалов M-Sens 2 компании SWR-Systems. Одной из типичных позиций установки датчика является выпускная секция силоса, либо бункера. Благодаря неизменной плотности материала в заполненном бункере, для сенсора в этой точке создаются практически идеальные условия для измерения влажности.

Таким образом, внедрение контура регулирования влажности позволит оперативно сигнализировать измерения влажности муки и предупредить ее порчу.

*Ключевые слова: хранение муки, кислотность, влажность, порча, контур регулирования, датчик, микроволны.*

## **Использование нейросетевого регулятора для управления технологическим процессом бестарного хранения муки**

Карелина Е.Б.<sup>1</sup>, Благовещенская М.М.<sup>1</sup>, Клехо Д.Ю.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный университет пищевых производств, Москва, Россия

<sup>2</sup>Российский государственный гуманитарный университет, Москва, Россия

E-mail: liza200785@gmail.com, mmb@mgupp.ru, Kleho62@mail.ru

Хранение муки – одна из многих задач, с которыми сталкиваются в хлебопекарном, кондитерском производстве, а также мини-пекарни и цеха при гипермаркетах. В настоящее время преимуществом пользуются современные системы бестарного хранения муки. Их использование позволяет автоматизировать производственный процесс, получить точную информацию о текущих состояниях, объемах продукта в силосах и другие данные. Общепринятое на сегодняшний день отдельное регулирование контролируемых параметров при помощи автономных ПИД-регуляторов может дать удовлетворительные результаты, только если объект управления отвечает условиям квазистационарности.

Поэтому представляется перспективным использование нейросетевого регулятора для управления процессом хранения муки с максимальным учетом рекомендаций производителей и результатов исследований. Нейросетевой

регулятор для управления сложным технологическим процессом выполнен в виде информационно-вычислительного комплекса и состоит из основных 12 блоков. Система предусматривает последовательную реализацию следующих основных режимов: подготовка данных, обучение и обработка данных. Таким образом, предлагаемый нейросетевой регулятор для управления сложным технологическим процессом позволяет повысить качество управления объектом управления за счет повышения адаптационных способностей системы.

*Ключевые слова: адаптивное управление, математическая модель, нейросеть, нейросетевой регулятор.*

## **Выбор оптимального нейросетевого пакета для контроля качества муки**

Карелина Е.Б.<sup>1</sup>, Благовещенская М.М.<sup>1</sup>, Клехо Д.Ю.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Московский государственный университет пищевых производств, Москва, Россия*

<sup>2</sup>*Российский государственный гуманитарный университет, Москва, Россия*

*E-mail: liza200785@gmail.com, mmb@mgupp.ru, Kleho62@mail.ru*

Контроль качества муки осуществляется в технологических лабораториях при предприятиях или в лабораториях находящихся вне территории предприятия. Так как на качество самой муки влияет много физико-химических показателей качества (влажность, температура, вкус, запах, цвет) для обеспечения простоты контроля качества муки, следует применять нейросетевые технологии, данная статья посвящена обзору некоторых из них.

Исходя из требований лабораторий следует применять многослойные нейронные сети. Многослойный персептрон обладает высокой степенью связности, реализуемой посредством синаптических соединений. Изменение уровня связности сети требует изменения множества синаптических соединений или их весовых коэффициентов. Комбинация всех этих свойств наряду со способностью к обучению на собственном опыте обеспечивает вычислительную мощность многослойного персептрона. Однако эти же качества являются причиной неполноты современных знаний о поведении такого рода сетей: распределенная форма нелинейности и высокая связность сети существенно усложняют теоретический анализ многослойного персептрона.

По результатам тестирования и анализа сводных таблиц сделаны выводы, что программный продукт следует выбирать по таким критериям, как доступность, наглядность представления информации, простота использования, наличие необходимых архитектур и алгоритмов обучения. Исходя из полученных данных, в статье представлены наиболее подходящие нейросетевые пакеты для данного технологического процесса.

*Ключевые слова: нейросеть, нейросетевой пакет, многослойный персептрон, критерии качества, программный продукт.*

# Разработка программного комплекса Administrator для повышения эффективности профессиональной подготовки и переподготовки кадров

Карелина Е.Б.<sup>1</sup>, Клехо Д.Ю.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный университет пищевых производств, Москва, Россия

<sup>2</sup>Российский государственный гуманитарный университет, Москва, Россия

E-mail: liza200785@gmail.com, Kleho62@mail.ru

В настоящее время увеличивается число автоматизированных обучающих программ и систем. Но данные программные продукты перестают удовлетворять требованиям преподавателей, так как изначально не были рассчитаны на столь активную эксплуатацию. Внедрение большого числа виртуальных лабораторных работ (ВЛР) со встроенным электронным учебником, системами допуска / защиты, рано или поздно позволят экономить значительное количество времени за счёт «параллельной» работы учащихся.

Однако, при увеличении числа ВЛР, возникает целый ряд насущных проблем. Во-первых, это повышение нагрузки на преподавателя во время проведения ВЛР занятия. Обучающий комплекс ВЛР позволяет проводить лабораторное (практическое) занятие сразу с несколькими группами, если для всех учащихся имеются компьютерные места. Во-вторых – это большой объём электронных отчётов, которых после учебного дня накопится десятки, а то и сотни, и которые нужно будет проверять преподавателю. В-третьих, во время занятия преподаватель тратит время, отмечая присутствующих. Если число учащихся на ВЛР занятии не более 20 человек, то проблема не особо заметна, но если занятие проходит сразу с несколькими группами, где число студентов может достигать больше сотни, то здесь уже весомое количество времени уходит на рутину, никоим образом не относящейся к учёбе. Кроме того, стоит подумать, как быть преподавателю, если он хочет посмотреть посещаемость отдельно взятых студентов. Если нужной ведомости под рукой нет, а в данный момент она очень нужна. Таким образом, решая столь важную проблему, как автоматизацию учебного процесса, мало автоматизировать какую либо его часть – известный принцип «слабого звена» здесь вполне уместен, и подходить к решению этой проблемы следует всесторонне, рассматривая и устраняя, в первую очередь, наиболее слабые места, которые по мере достижения цели, могут возникать на самых разных этапах работы. Именно для решения всех этих проблем была разработана программа «Administrator», созданная на основе интерфейса виртуальной лабораторной работы, и входящая в состав обучающего комплекса ВЛР, как программное обеспечение с ограниченным доступом.

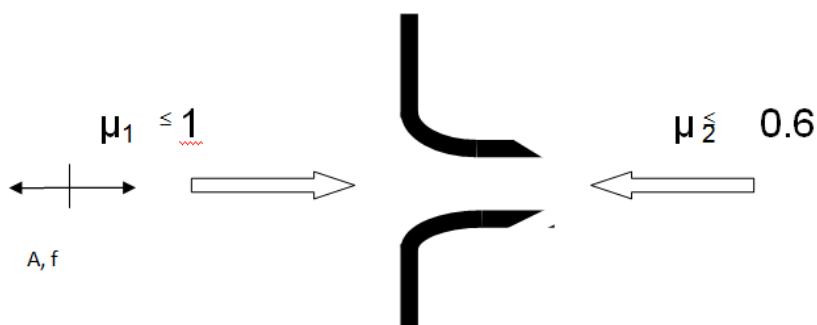
*Ключевые слова: автоматизация, обучение, программный комплекс, виртуальные лабораторные работы, Administrator.*

# Результаты параметрического исследования гидродиода

Семёнов А.Б. Кураев А.А.

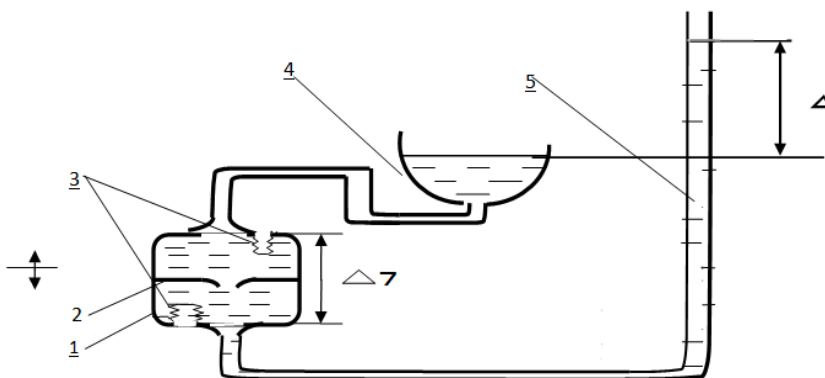
*Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск, Россия*

Работа посвящена созданию предварительной математической модели гидродиода. В рамках математической модели проведена оценка времени выхода гидродиода на стабильный режим работы. Как было показано в работах [1, 2] гидродиод подвержен осцилляциям, которые развивают на мембране давление:  $\Delta h = (j/g)\Delta z$ , этот напор обусловлен разнорасходностью отверстий в мембране приводящему к однонаправленному потоку жидкости (рис. 1).



*Рис. 1 Конфигурация отверстия в мембране.*

Под гидродиодом понимается сосуд с одной мембраной, перфорированной коноидальными отверстиями, установленными внутри сосуда по нормали к главному вектору инерционного ускорения осциллирующей жидкости. В полостях сосуда над мембранами устанавливаются упруго-объемные элементы (сильфоны), жесткость которых подбирается в соответствии с действующими инерционными силами, возникающими в жидкости, подверженной осцилляциям. (Рис. 2)



*Рис. 2 Конфигурация отверстия в мембране.*

*На схеме: 1-корпус; 2-мембрана; 3- упруго-объемные элементы 4 –уровнительный сосуд; 5-пьезометр.*

Требовалось определить время выхода гидродиода на заданное значение напора на выходе гидродиода при  $j = \text{const}$ . (рис. 3) Для этого было составлено уравнение баланса расходов поступивших в полость «А» соединенную с пьезометрической трубкой. В представленной работе гидравлическое сопротивление гидродиода и пьезометрической трубки можно не учитывать.

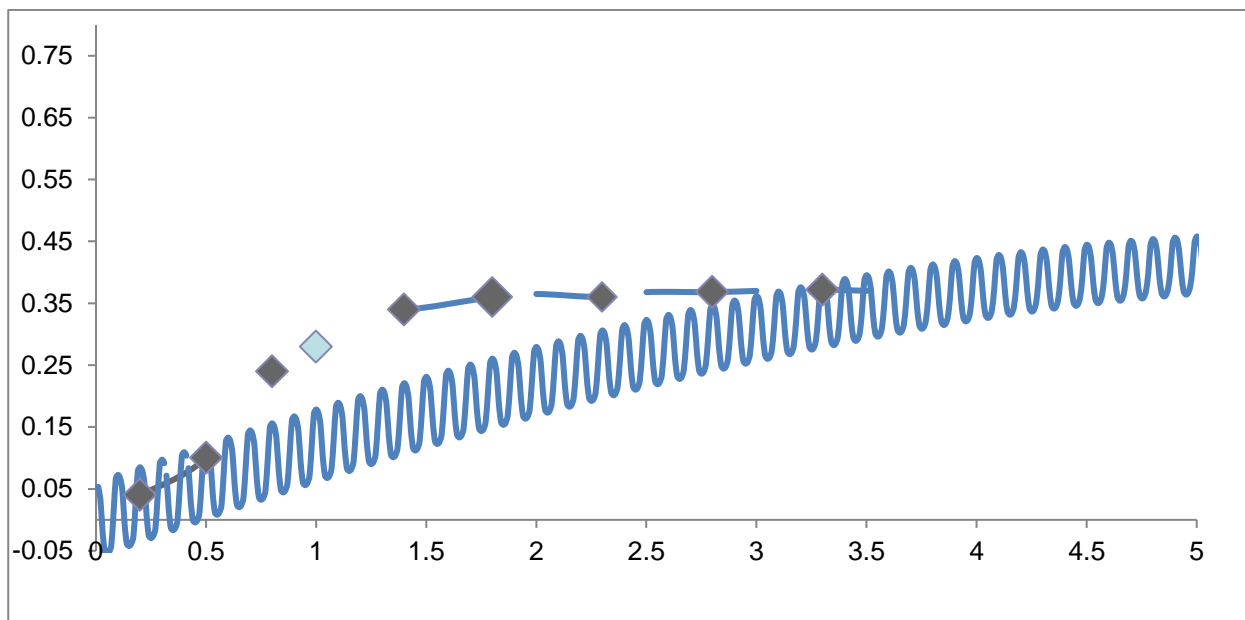


Рис. 3 Зависимость  $\Delta h_{\text{пьеэ}}$  от времени во время процесса установления напора (пунктирной линией отмечены экспериментальные результаты).  $f=8$  Гц;  $A=1,5$  мм.

### Список литературы

1. Кураев А.А., Семёнов А.Б. Исследование напорных характеристик перфорированной мембраны в осциллирующем потоке жидкости // Теплофизика и Аэромеханика. - 2013.- Т.20, № 3.- С.335-339.
2. Кураев А.А. Семёнов А.Б Расходно - напорные характеристики гидродиода // Теплофизика и Аэромеханика. - 2014.- Т.21, № 2.- С. 273-275.

*Научное издание*

# **Фундаментальные и прикладные задачи механики**

Тезисы Международной научной конференции  
Москва, 24–27 октября 2017 года

Московский государственный технический университет  
имени Н. Э. Баумана,  
2-я Бауманская ул., д.5, стр.1, 105005, г. Москва, Россия

На английском языке

*Scientific publication*

# **Fundamental and applied problems of mechanics**

Abstracts of International Scientific Conference  
Moscow, 24-27 October, 2017

Bauman Moscow State Technical University,  
5, 2nd Baumanskaya street, 105005, Moscow, Russia