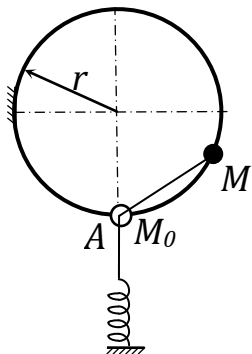


# ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ ВАРИАНТЫ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

Авторы Саратов Ю.С., Баранов В.Н., Нарская Н.Л.

Во всех задачах материальные тела считаются материальными точками. Индекс "О" соответствует исходному положению тела ( $M_0$ ), текущее положение —  $M$ .

## Вариант 1.

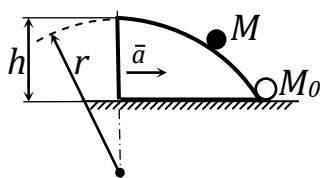


Кольцо массой  $m = 5,0$  кг может скользить по гладкой круговой направляющей радиусом  $r = 0,5$  м, расположенной в вертикальной плоскости. Кольцо нитью  $AM$  связано с пружиной, жёсткость которой  $c = 402,0$  Н/м. Пружина не деформирована, когда кольцо находится в положении  $M_0$ .

Определить, при каком значении начальной скорости  $v_0$  кольцо при движении из положения  $M_0$  достигнет крайнего верхнего положения и максимальное значение силы давления кольца на направляющую.

**О т в е т:** 10,0 м/с; 1049 Н.

## Вариант 2.

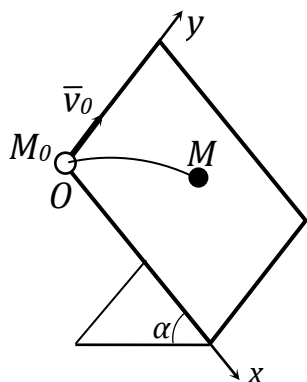


Толкатель с гладкой круговой направляющей радиусом  $r = 0,5$  м и высотой  $h = r/2$  начинает двигаться по горизонтальной плоскости с постоянным ускорением  $a$  и приводит в движение тело, находившееся на плоскости в покое.

Определить, с каким значением относительной скорости тело покинет направляющую, если  $a = g\sqrt{3}$  (Учсть, что поверхность толкателя является неудерживающей связью.)

**Ответ:** 2,56 м/с.

## Вариант 3.

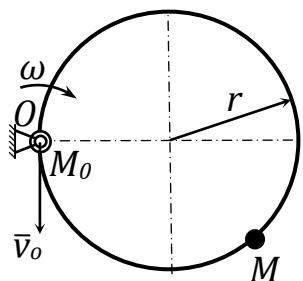


Тело массой  $m = 1,0$  кг движется по плоскости, наклонённой под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту. На тело действует сила сопротивления  $\bar{R} = -\mu\bar{v}$ , где  $\bar{v}$  - скорость тела,  $\mu = 0,2$  Н·с/м. Движение началось с начальной скоростью  $v_0 = 1,0$  м/с, направленной перпендикулярно линии наибольшего ската  $Ox$ .

Полагая наклонную плоскость достаточно протяжённой, найти значение предельной ( $t \rightarrow \infty$ ) скорости и наибольшее удаление тела от оси  $x$ .

**О т в е т:** 24,5 м/с; 5,0 м.

### Вариант 4.

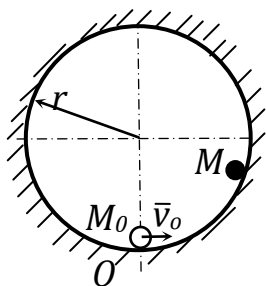


Тело массой  $m = 2,0$  кг движется по круговой направляющей радиусом  $r = 1,0$  м, вращающейся в горизонтальной плоскости с постоянной угловой скоростью  $\omega = 2,5$  рад/с вокруг оси, проходящей через точку  $O$ . Сила сопротивления, действующая со стороны направляющей на тело,  $\vec{R} = -\mu|\vec{v}|\cdot\vec{v}$  ( $R = \mu\cdot v^2$ ), где  $\mu = 0,3$  Н·с<sup>2</sup>/м<sup>2</sup>,  $\vec{v}$  - относительная скорость тела.

Определить, при каком минимальном значении относительной скорости  $v_0$  тело, начавшее движение из положения  $O$ , совершит полный оборот и придет в исходное положение?

**Ответ: 8,0 м/с.**

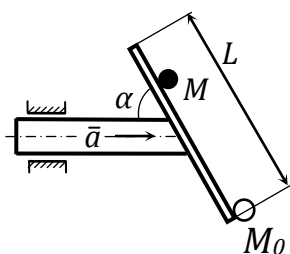
### Вариант 5.



Тело может двигаться в вертикальной плоскости по гладкой внутренней поверхности цилиндра радиусом  $r = 5,0$  м. При каком значении начальной скорости  $v_0$  тело, движущееся из крайнего нижнего положения, достигнет крайнего верхнего положения? (Учесть, что поверхность цилиндра является неудерживающей связью.)

**О т в е т: 15,7 м/с.**

### Вариант 6.



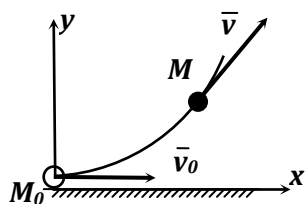
Толкатель начинает двигаться с постоянным ускорением  $a = 1,0$  м/с<sup>2</sup> в прямолинейных направляющих и гладкой прямой лопаткой длиной  $L = 1,0$  м, наклоненной под углом  $\alpha = 60^\circ$  к оси толкателя, приводит в движение по горизонтальной плоскости тело массой  $m = 1,0$  кг. Сила сопротивления, действующая на тело со стороны плоскости,

$\vec{R} = -\mu\cdot\vec{v}_a$ , где  $\vec{v}_a$  - скорость тела относительно плоскости,  $\mu = 0,5$  Н·с/м.

Какое расстояние пройдет тело до остановки после схода с лопатки толкателя?

**О т в е т: 3,46 м/с.**

### Вариант 7.

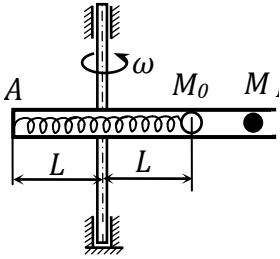


Планер массой  $m = 400,0$  кг стартует с поверхности земли, имея начальную скорость  $v_0 = 40,0$  м/с, направленную по горизонтали. Аэродинамические силы, действующие на планер, приводятся к равнодействующей, проекции которой  $R_x = -\mu v_x$ ,  $R_y = k v_x - \mu v_y$ . Здесь  $v_x$ ,  $v_y$  - проекции скорости планера,  $\mu = 40,0$  Н·с/м,  $k = 280,0$  Н·с/м - аэродинамические коэффициенты.

Определить максимальное значение вертикальной составляющей  $v_y^{\max}$  скорости планера и соответствующее этому моменту время.

**О т в е т: 48,2 м,  $t = 6$  с.**

### Вариант 8.

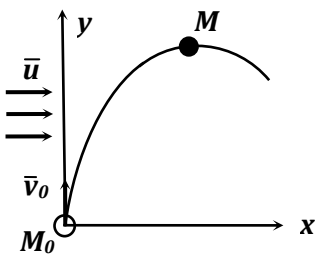


Тело массой  $m = 1,0$  кг движется внутри гладкой трубки, вращающейся с постоянной угловой скоростью  $\omega = 10,0$  рад/с вокруг вертикальной оси. Тело связано с концом пружины  $AM$ . Жесткость пружины  $c = 500,0$  Н/м, её длина в недеформированном состоянии равна  $2L = 20,0$  см. Движение началось без начальной относительной скорости из положения, соответствующего недеформированной пружине.

Определить наибольшее отклонение тела от оси вращения и максимальную величину силы давления на боковую стенку.

**О т в е т:** 15,0 см; 10,0 Н.

### Вариант 9.

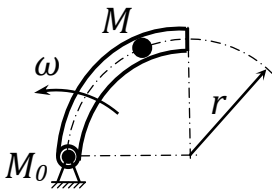


Тело массой  $m = 1,0$  кг брошено вертикально с поверхности земли со скоростью  $v_0 = 20,0$  м/с и движется в условиях ветра, дующего с постоянной по высоте скоростью  $u = 8,0$  м/с. Сила сопротивления, действующая на тело,  $\bar{R} = -\mu \cdot \bar{v}_r$ ,  $\bar{v}_r$  - скорость тела относительно среды,  $\mu = 0,2$  Н·с/м.

Определить значение горизонтального сноса  $L$  тела в момент достижения им наибольшей высоты.

**О т в е т:** 2,1 м.

### Вариант 10.

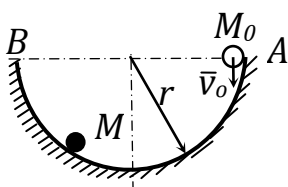


Тело массой  $m = 1,0$  кг движется в трубке, изогнутой по дуге окружности радиусом  $r = 0,2$  м с углом охвата  $90^\circ$ . Трубка вращается вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью  $\omega = 5,0$  рад/с. Со стороны среды, заполняющей

трубку, на тело действует сила сопротивления  $\bar{R} = -\mu|\bar{v}|\cdot\bar{v}$ , ( $R = \mu \cdot v^2$ ), где  $\mu = 1,5$  Н·с<sup>2</sup>/м<sup>2</sup>,  $\bar{v}$  - относительная скорость тела. Определить значение относительной скорости тела в момент его вылета из трубки, полагая, что его движение началось из состояния покоя в положении  $M_0$ , близком к оси вращения трубки.

**О т в е т:** 1,18 м/с.

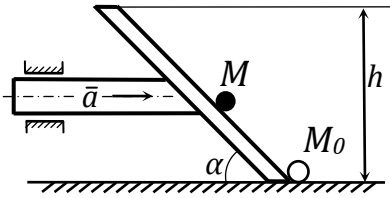
### Вариант 11.



Тело движется в вертикальной плоскости по внутренней поверхности цилиндра радиусом  $r = 5,0$  м. Коэффициент трения скольжения между телом и поверхностью  $f = 0,2$ . Определить, при каком значении начальной скорости  $v_0$  тело, начавшее движение из положения А, достигнет кромки цилиндра.

**О т в е т:** 15,1 м/с.

### Вариант 12.



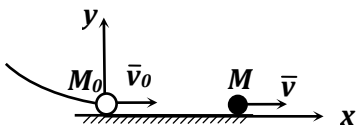
Рабочая поверхность толкателя представляет собой плоскость, наклоненную под углом  $\alpha = 45^\circ$  к горизонту. Верхняя кромка находится на высоте  $h = 1,0$  м. Толкатель движется с ускорением  $a = 2g$  и приводит в движение тело, находящееся на горизонтальной плоскости в покое.

Коэффициент трения тела о поверхность толкатели  $f = 0,2$ .

Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить, на какую высоту над уровнем верхней кромки толкателя поднимется тело.

**Ответ: 0,2 м.**

### Вариант 13.



При посадке самолета массы  $m = 1000$  кг на этапе его пробеге по посадочной полосе к аэродинамическим силам добавляется тормозная сила  $F = fN$ , где  $N$  — модуль силы нормальной реакции полосы,  $f=0,05$ . Проекции равнодействующей

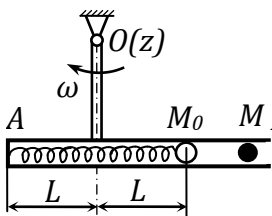
аэродинамических сил равны  $R_x = -\mu v^2$ ,  $R_y = kv^2$ ,  $v$  - скорость самолета,  $\mu$  и  $k$  - постоянные аэродинамические коэффициенты, удовлетворяющие условиям:

- 1) в момент приземления с посадочной скоростью  $v_0 = 180$  км/ч ( $kv_0^2 = mg$ ),
- 2) в горизонтальном полете тяге мотора  $Q = 20,0$  кН соответствует постоянная предельная скорость  $v_{np} = 360$  км/ч.

Найти путь, пройденный самолетом при посадке.

**Ответ: 644 м.**

### Вариант 14.

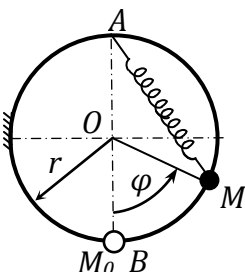


Тело массой  $m = 1,0$  кг движется внутри гладкой трубки, вращающейся с постоянной угловой скоростью  $\omega = 10,0$  рад/с вокруг вертикальной оси  $O$ , отстоящей от трубки на некотором расстоянии. Тело связано с концом пружины  $AM$ . Жесткость пружины  $c = 500$  Н/м, её длина в недеформированном состоянии  $2L = 20,0$  см.

Полагая, что движение тела началось из состояния относительного покоя при недеформированной пружине, определить его максимальное отклонение от начального положения  $M_0$ .

**Ответ: 5,0 см.**

### Вариант 15.

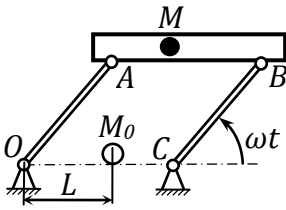


Кольцо массой  $m = 1,0$  кг может двигаться по гладкой круговой направляющей, расположенной в вертикальной плоскости. Кольцо связано с пружиной  $AM$ . Жесткость пружины  $c = 196,0$  Н/м, её свободная длина равна  $r$ , где  $r = 20,0$  см - радиус направляющей.

Найти: положение равновесия кольца (кроме положения при  $\varphi = 0$ ) и скорость кольца в этом положении, если его движение началось без начальной скорости из положения, близкого к  $B$ .

**Ответ: 1,682 рад; 1,62 м/с.**

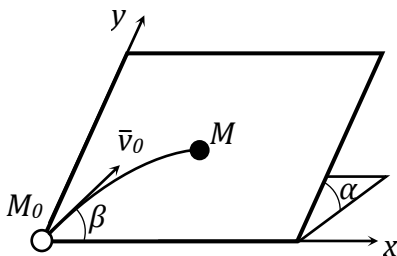
### Вариант 16.



Тело приводится в движение по горизонтальной плоскости гладкими направляющими спарника параллелограммного механизма, кривошипы  $OA$  и  $CB$  которого одинаковой длины  $L = 1,0$  м вращаются с постоянной угловой скоростью  $\omega$ . Сила сопротивления со стороны плоскости  $\vec{R} = -\mu \cdot \vec{v}$ , где  $\mu = const > 0$ ,  $\vec{v}$  - скорость тела относительно плоскости. В начальный момент времени кривошипы располагались по линии  $OC$ , тело находилось в покое в положении  $M_0$  ( $OM_0 = L$ ).

Определить, каким станет расстояние  $OM$  после поворота кривошипов на угол  $180^\circ$ ,  
**О т в е т: 1,0 м.**

### Вариант 17.

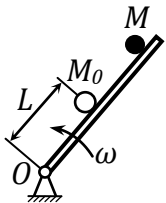


Тело массой  $m = 1,0$  кг движется по плоскости, наклонённой под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту. На тело действует сила сопротивления  $\vec{R} = -\mu \vec{v}$ , где  $\vec{v}$  - скорость тела,  $\mu = 0,5$  Н·с/м.

Найти координаты тела, соответствующие положению максимального подъема, если движение началось со скоростью, равной  $v_0 = 10,0$  м/с и направленной под углом  $\beta = 60^\circ$  к оси  $x$ .

**Ответ: 4,69 м; 4,89 м.**

### Вариант 18.

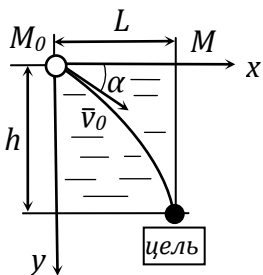


Тело приводится в движение по гладкой горизонтальной плоскости прямой лопаткой, вращающейся с постоянной угловой скоростью  $\omega = 1,0$  рад/с вокруг вертикальной оси, проходящей через точку  $O$ . Коэффициент трения скольжения тела о поверхность лопатки  $f = 0,2$ .

Определить путь, пройденный телом вдоль лопатки за  $1$  с, если в начальный момент времени оно находилось в покое на расстоянии  $L = 1,0$  м от оси вращения.

**О т в е т: 0,476 м.**

### Вариант 19.

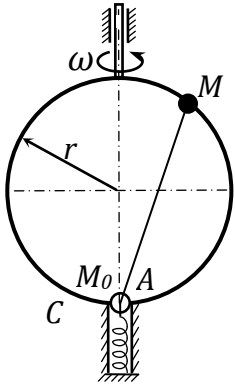


Глубинная бомба массой  $m = 400,0$  кг входит в воду под углом  $\alpha = 60^\circ$  к поверхности со скоростью  $v_0 = 100,0$  м/с и упреждением по дальности положения цели  $L = 80,0$  м. Сила сопротивления воды сопротивления  $\vec{R} = -\mu \vec{v}$ , где  $\vec{v}$  - скорость бомбы,  $\mu = 200$  Н·с/м.

Определить, на какую глубину  $H$  должен быть установлен гидростатический взрыватель для того, чтобы взрыв бомбы произошел в точке, находящейся на одной вертикали с целью.

**О т в е т: 170 м.**

### Вариант 20.

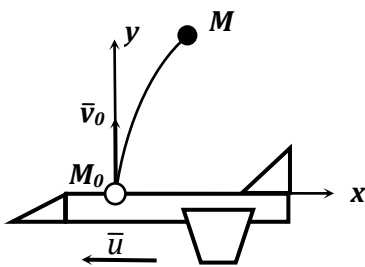


Кольцо массой  $m = 1,0$  кг может скользить по гладкой круговой направляющей радиуса  $r = 20,0$  см, вращающейся с постоянной угловой скоростью  $\omega$  вокруг вертикальной оси. Кольцо нитью  $AM$  соединено с пружиной, жесткость которой  $c = 196,0$  Н/м. В крайнем нижнем положении кольца пружина не деформирована.

Определить, при каком значении угловой скорости  $\omega$  кольцо, начавшее движение без начальной скорости вблизи крайнего нижнего положения, достигнет высоты, равной  $1,5r$ .

**О т в е т:**  $31,3$  рад/с.

### Вариант 21.

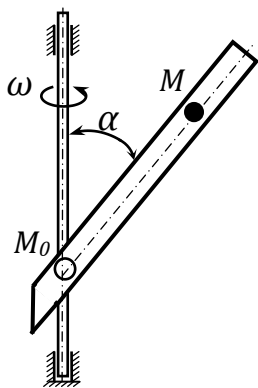


При катапультировании кресло с пилотом общей массой  $m = 250,0$  кг отделяется от самолета с начальной скоростью  $v_0 = 10,0$  м/с. Сила сопротивления, действующая на кресло со стороны воздуха,  $\vec{R} = -\mu\vec{v}_a$ , где  $\vec{v}_a$  - скорость кресла относительно воздуха,  $\mu = 125$  Н·с/м - аэродинамический коэффициент. Скорость самолета в горизонтальном полёте  $u = 720$  км/ч.

Считая связанную с самолетом систему координат инерциальной, найти координаты кресла в момент достижения им максимальной высоты.

**О т в е т:**  $3,0$  м;  $3,8$  м.

### Вариант 22.

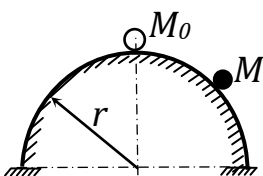


Тело может двигаться внутри гладкой трубки, вращающейся вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью  $\omega = 10,0$  рад/с. Угол между трубкой и осью вращения  $\alpha = 30^\circ$ .

Определить, при каком значении начальной относительной скорости  $v_0$  тело, начавшее движение от оси вращения, сможет покинуть трубку некоторой конечной длины.

**Ответ:**  $1,7$  м/с.

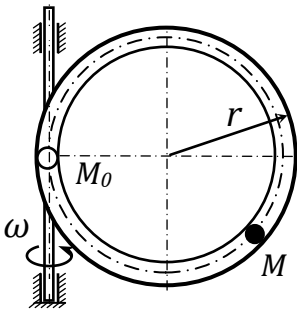
### Вариант 23.



Тело начинает движение по поверхности гладкого сферического купола радиусом  $r = 6,0$  м без начальной скорости из положения  $M_0$ , близкого к крайней верхней точке. Определить, на каком расстоянии от поверхности купола тело упадет на горизонтальную плоскость.

**Ответ:**  $0,75$  м.

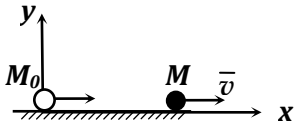
### Вариант 24.



Тело может свободно двигаться в гладкой кольцевой трубке радиусом  $r = 0,4 \text{ м}$ , вращающейся с постоянной угловой скоростью  $\omega$  относительно вертикальной оси. В начальный момент времени тело находилось в состоянии относительного покоя на оси вращения. Определить наименьшую угловую скорость вращения, необходимую для перемещения тела в крайнее верхнее положение.

**О т в е т:**  $7,0 \text{ рад/с}$ .

### Вариант 25.



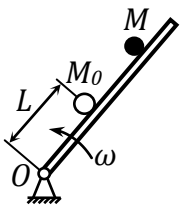
При взлете самолет массой  $m = 1000 \text{ кг}$  разгоняется по взлетной полосе при постоянной тяге мотора  $Q = 5,0 \text{ кН}$ . Проекция аэродинамической силы  $R_x = -\mu \cdot v_x^2$ ,  $R_y = k \cdot v_x^2$ . Здесь  $\mu$  и  $k$  - аэродинамические коэффициенты, определяемые из следующих условий:

- 1)  $k \cdot v_1^2 = mg$ , где  $v_1$  - минимальная скорость, необходимая для отделения от полосы,  $v_1 = 180 \text{ км/ч}$ ;
- 2) в горизонтальном полете тяге  $Q = 5,0 \text{ кН}$  соответствует предельная скорость  $v_{пр} = 360 \text{ км/ч}$ .

Пренебрегая силой сопротивления, действующей со стороны полосы, найти длину пробега самолета при взлете.

**О т в е т:**  $288 \text{ м}$ .

### Вариант 26.

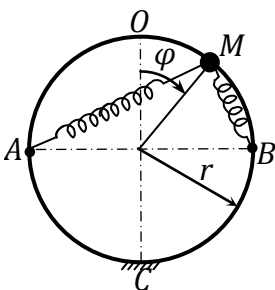


Тело массой  $m = 1,0 \text{ кг}$  приводится в движение по горизонтальной плоскости прямой гладкой лопаткой, вращающейся с постоянной угловой скоростью  $\omega = 0,4 \text{ рад/с}$  вокруг вертикальной оси, проходящей через точку  $O$ . Сила сопротивления, действующая на тело со стороны плоскости  $R = -\mu \cdot v$ , где  $v$  - скорость движения тела по плоскости,  $\mu = 0,6 \text{ Н·с/м}$ .

Определить путь, пройденный телом вдоль лопатки за  $2 \text{ с}$ , если в начальный момент времени оно находилось в покое на расстоянии  $L = 0,5 \text{ м}$  от оси вращения

**О т в е т:**  $11,7 \text{ см}$ .

### Вариант 27.

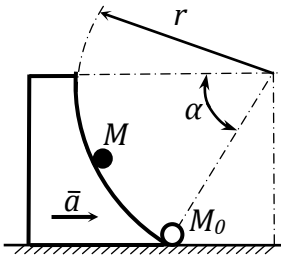


Кольцо массой  $m = 1,0 \text{ кг}$  может двигаться по гладкой круговой направляющей радиусом  $r = 0,5 \text{ м}$ , расположенной в горизонтальной плоскости. Кольцо связано с двумя одинаковыми пружинами, жёсткость которых  $c = 196,0 \text{ Н/м}$ . Длины пружин в недеформированном состоянии равны  $g$  (т.е. положение тела, соответствующее точке  $O$ , является равновесным). Определить скорость кольца и радиальную

составляющую силы его давления на направляющую в положении равновесия, если движение кольца началось из состояния покоя при  $\varphi_0 = 45^\circ$ .

**Ответ:**  $5,51 \text{ м/с}; 18,3 \text{ Н}$ .

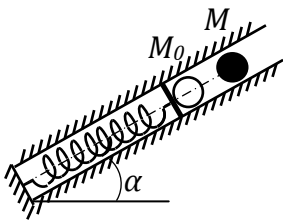
### Вариант 28.



Рабочая поверхность толкателя представляет собой цилиндрическую поверхность радиусом  $r$  с углом охвата  $\alpha = 60^\circ$ . Толкатель начинает двигаться по горизонтальной плоскости с постоянным ускорением  $a$  и приводит в движение тело, находящееся на плоскости в покое. Пренебрегая трением тела о поверхность толкателя, определить, при каком минимальном значении ускорения толкателя тело достигнет верхней кромки.

**Ответ:  $17,0 \text{ м/с}^2$ .**

### Вариант 29.

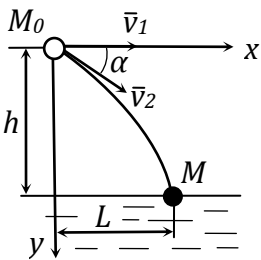


Тело массой  $m = 10,0 \text{ кг}$  движется из состояния покоя под действием пружинного толкателя по прямолинейной направляющей, наклоненной к горизонту под углом  $\alpha = 30^\circ$ . Сила сопротивления со стороны направляющей  $\mu = 50,0 \text{ Н}\cdot\text{с}/\text{м}^2$ , коэффициент жёсткости пружины толкателя  $c = 1000,0 \text{ Н/м}$ , в начальном положении деформация пружины равна  $L = 20,0 \text{ см}$ .

Определить, какую скорость получит тело к моменту окончания действия толкателя. Какую силу надо приложить к телу для того, чтобы его последующее движение оказалось равномерным?

**Ответ:  $0,58 \text{ м/с}$ ;  $66,0 \text{ Н}$ .**

### Вариант 30.



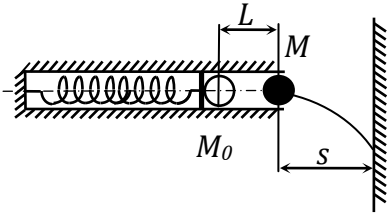
С летящего на высоте  $h = 100,0 \text{ м}$  самолета производится пуск реактивной глубинной бомбы. Горизонтальная скорость самолета  $\bar{v}_1$ , относительная скорость отделения бомбы  $\bar{v}_2$  составляет угол  $\alpha = 30^\circ$  с  $\bar{v}_1$ ,  $v_1 = 360,0 \text{ км/ч}$ ,  $v_2 = 100,0 \text{ м/с}$ , масса бомбы  $m = 500,0 \text{ кг}$ .

Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить дальность полета бомбы  $L$  до касания её с поверхностью воды. Полагая, что при движении в воде на бомбу действует сила сопротивления, проекция которой  $\bar{R}_y = -\mu |\bar{v}_y| \cdot \bar{v}_y$ , где  $\mu = 10,0 \text{ Н}\cdot\text{с}^2/\text{м}^2$ , найти значение вертикальной составляющей скорости бомбы на глубине  $50,0 \text{ м}$ .

**Ответ:  $320 \text{ м}$ ;  $32,0 \text{ м/с}$ .**



### Вариант 31.

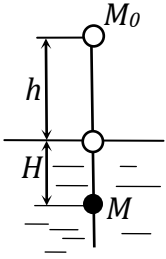


Тело массой  $m = 0,1$  кг начинает движение в гладкой трубке из состояния покоя под действием пружины, жёсткость которой  $c = 4,0$  кН/м. Начальная деформация сжатия пружины составляет  $L = 0,2$  м. После вылета из трубки тело движется свободно в поле силы тяжести при действии силы сопротивления воздуха  $\bar{R} = -\mu \cdot \bar{v}$ , где  $\mu = 0,05$  Н·с/м.

Пренебрегая сопротивлением воздуха при движении тела по трубке, определить, насколько оно опустится к моменту удара в стену, отстоящую от конца трубки на  $s = 20,0$  м.

**Ответ: 1,48 м.**

### Вариант 32.



Тело массой  $m = 20,0$  кг падает без начальной скорости с некоторой высоты и со скоростью  $35,0$  м/с входит в воду. Сила сопротивления воздуха  $\bar{R} = -\mu_1 \bar{v}$ , где  $\mu_1 = 2,0$  Н·с/м, сила сопротивления воды  $\bar{R} = -\mu_2 |\bar{v}| \cdot \bar{v}$  ( $R = \mu_2 \cdot v^2$ ), где  $\mu_2 = 0,3$  Н·с<sup>2</sup>/м<sup>2</sup>,  $\bar{v}$  - скорость тела. Пренебрегая некоторой потерей скорости при ударе тела о поверхность воды, определить:

1) с какой высоты  $h$  началось движение тела; 2) скорость погружения на глубине  $H = 20,0$  м.

**О т в е т: 1) 83,0 м; 2) 18,3 м/с.**